المتميز

فى

الرياضيات التطبيقية

الديناميكا

الجزء النظرى

و

حلول التمارين

الوحدة الرابعة

ع = ع. + جـ ن

ض = ك ء ل

ش = $\int_{ف_1}^{ف_2}$ ق ء ف

ق = ك جـ

إعداد : أحمد الشنتورى

الصف الثالث الثانوى

القسم العلمى

شعبة الرياضيات

٢٠١٧ / ٢٠١٨

الوحدة الرابعة .... الشغل ، القدرة ، الطاقة

٤ – ١ الشغل

مقدمة :

الشغل يعتمد على مفاهيم القوة التى وضعها نيوتن فى القوانين الثلاثة
كما أن الشغل حلقة الوصل بين القوة و الطاقة
و قد يكون الشغل ناتجاً من قوة ثابتة أو من قوة متغيرة
كما أن الشغل و الطاقة كميات قياسية لذا سيكون التعامل أسهل من استخدام قوانين نيوتن للحركة خصوصاً عندما يكون متجه الحركة متغيراً و بالتالى فإن متجه العجلة سيكون متغيراً أيضاً

أولاً : الشغل المبذول من قوة ثابتة :

باعتبار أن جسماً يتحرك فى خط مستقيم تحت تأثير قوة ثابتة $\overrightarrow{ق}$ و أنه أنتقل من الموضع أ إلى الموضع ب ، و كان متجه ازاحته : $\overrightarrow{ف} = \overrightarrow{أ ب}$ كما بالشكل المقابل

تعريف :

يُعرف الشغل المبذول بواسطة القوة الثابتة $\overrightarrow{ق}$ فى تحريك جسم من موضع ابتدائى إلى موضع نهائى و يرمز له بالرمز (شـ) على أنه يساوى حاصل الضرب القياسى لمتجه القوة فى متجه الازاحة بين الموضعين أى أن : $شـ = \overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف}$

ملاحظات :

(١) الشغل كمية قياسية قد تكون موجبة أو سالبة أو مساوية للصفر تبعاً لاتجاه و مقدار كل من المتجهين $\overrightarrow{ق}$ ، $\overrightarrow{ف}$

(٢) تستخدم العلاقة : $شـ = \overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف}$ لايجاد الشغل إذا كانت القوة ثابتة أو خلال ازاحة معينة

إجابة حاول أن تحل (أ) صفحة ٢٣٩

تحرك جسم على خط مستقيم تحت تأثير القوة :
$\overrightarrow{ق} = ٥ \overrightarrow{س} + ٢ \overrightarrow{ص}$ من النقطة أ (٥ ، ٢) إلى النقطة ب (٣ ، ١) أحسب الشغل المبذول بواسطة هذه القوة

الحل

$\overrightarrow{ف} = \overrightarrow{أ ب} = \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{أ} = (٣ ، ١) - (٥ ، ٢) = (-٢ ، -١)$

$شـ = \overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف} = (٥ ، ٢) \bullet (-٢ ، -١) = -١٢$ وحدة شغل

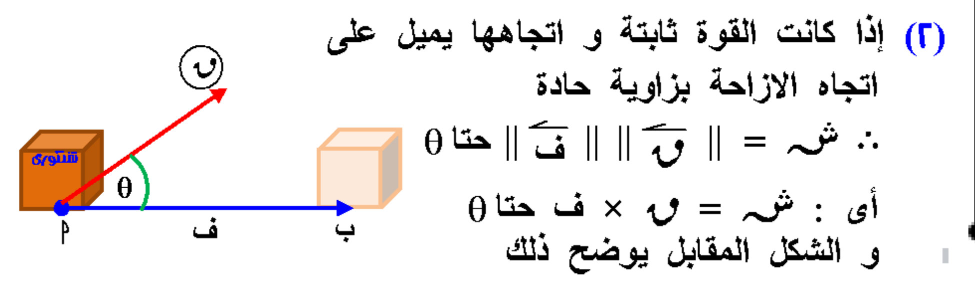
بعض الحالات المختلفة لمتجهى القوة و الازاحة :

يمكن إعادة كتابة معادلة تعريف الشغل : $شـ = \overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف}$ بصورة أخرى هى : $\| \overrightarrow{ق} \| \| \overrightarrow{ف} \|$ حتا θ حيث : θ قياس أصغر زاوية بين المتجهين $\overrightarrow{ق}$ ، $\overrightarrow{ف}$ باعتبارهما خارجين من واحدة

(١) إذا كانت القوة ثابتة و اتجاهها موازٍ لاتجاه الازاحة
أى أن : θ = صفر ، ∵ حتا صفر = ١
∴ $شـ = \| \overrightarrow{ق} \| \| \overrightarrow{ف} \|$ حتا صفر
$= \| \overrightarrow{ق} \| \| \overrightarrow{ف} \|$
و تكتب : شـ = ق × ف
و الشكل المقابل يوضح ذلك



(٢) إذا كانت القوة ثابتة و اتجاهها يميل على اتجاه الازاحة بزاوية حادة
∴ $شـ = \| \overrightarrow{ق} \| \| \overrightarrow{ف} \|$ حتا θ
أى : شـ = ق × ف حتا θ
و الشكل المقابل يوضح ذلك



الشغل يساوى المركبة الأفقية للقوة ق مضروباً فى المسافة ف

، ∵ ٠° < θ < ٩٠° ∴ حتا θ > ٠ ، و الشغل يكون موجباً

(٣) إذا كانت القوة ثابتة و اتجاهها عمودىٍ لاتجاه الازاحة أى أن :

θ = ٩٠° ، ∵ حتا ٩٠° = صفر

∴ شـ = || ق || || ف || حتا ٩٠°

= صفر ففى الشكل المقابل :

السيارة تتحرك و وزنها لا يقوم بأى شغل فى مسار الحركة

(٤) إذا كانت القوة ثابتة و اتجاهها يميل على اتجاه الازاحة بزاوية منفرجة ∴ شـ = || ق || || ف || حتا (١٨٠° – θ)

و الشكل المقابل يوضح ذلك

، ∵ ٩٠° < θ < ١٨٠°

∴ حتا θ < ٠

، و الشغل يكون سالباً لذا يسمى شغلاً مقاوماً مثل الشغل الذى تبذله قوة المقاومة أو قوة الاحتكاك

ملاحظات :

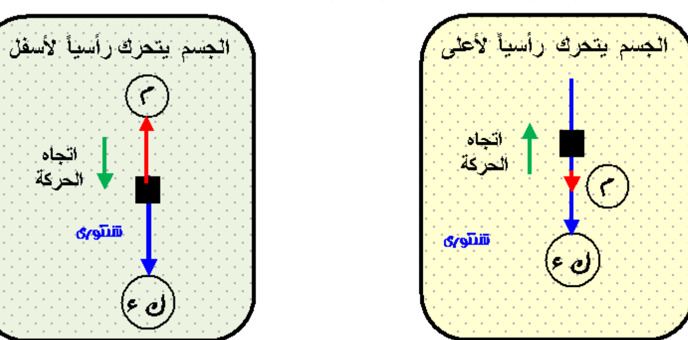
(١) إذا كانت : θ = ١٨٠°

أى اتجاه متجه القوة عكس اتجاه متجه الازاحة فإن :

حتا θ = حتا ١٨٠° = – ١ ∴ شـ = – ق × ف

(٢) قيمة الشغل المبذول بواسطة قوة لا يتوقف على المسار الذى يسلكه الجسم من الموضع أ إلى الموضع ب بل يتوقف على الازاحة أب

(٣) إذا قذف (سقط) جسم كتلته (ك) رأسياً لأعلى (لأسفل) ضد مقاومات (م) مسافة (ف) فإن :



الجسم يتحرك رأسياً لأعلى	الجسم يتحرك رأسياً لأسفل
الشغل المبذول من قوة المقاومة = – م × ف	
الشغل المبذول من ضد المقاومة = م × ف	
الشغل المبذول من قوة الوزن = – ك ء × ف	الشغل المبذول من قوة الوزن = ك ء × ف
الشغل المبذول من القوة المحصلة = ك حـ × ف = (ك ء + م) × ف	الشغل المبذول من القوة المحصلة = ك حـ × ف = (ك ء – م) × ف

(٤) إذا تحرك جسم كتلته (ك) على مستوى أفقى خشن مسافة (ف) تحت تأثير قوة مقدارها (ق) تصنع مع الأفقى زاوية قياسها (θ) فإن :

(١) الشغل المبذول من القوة = ق حتا θ × ف

٢) الشغل المبذول من قوة الوزن = صفر

٣) الشغل المبذول من قوة المقاومة = – م × ف

٤) الشغل المبذول ضد قوة المقاومة = م × ف

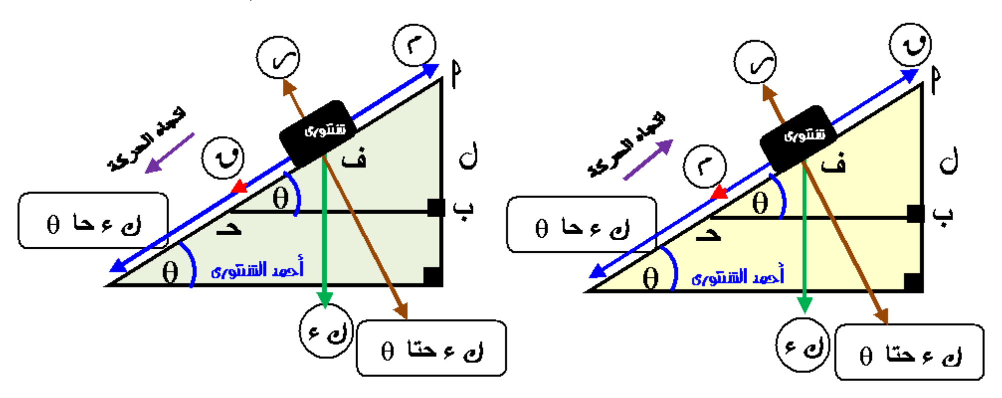
٥) الشغل المبذول من القوة المحصلة = ك حـ × ف

= (ق حتا θ – م) × ف

(٥) إذا صعد (هبط) جسم كتلته (ك) مسافة (ف) على مستوٍ مائل يميل على الأفقي بزاوية قياسها (θ) تحت تأثير قوة مقدارها (ق) ضد مقاومة مقدارها (م)

، و كان : ف = أ حـ فإن : ف حا θ = أ ب = ل

أى أن : ف حا θ = معيار الازاحة الرأسية للجسم فإن :



الجسم يتحرك رأسياً لأعلى	الجسم يتحرك رأسياً لأسفل
الشغل المبذول من قوة المقاومة = – م × ف	
الشغل المبذول من ضد المقاومة = م × ف	
الشغل المبذول من قوة رد فعل المستوى = صفر لأن : قوة رد فعل المستوى عمودية على المستوى	

أحمد الشنتوى

الجسم يتحرك رأسياً لأعلى	الجسم يتحرك رأسياً لأسفل
الشغل المبذول من قوة الوزن = – ك ء ف حا θ = – و × ل	الشغل المبذول من قوة الوزن = ك ء ف حا θ = و × ل
ل المسافة الرأسية بين أ ، ب	
الشغل المبذول من القوة = (م + ك ء حا θ) × ف	الشغل المبذول من القوة = (م – ك ء حا θ) × ف
الشغل المبذول من القوة المحصلة = (ق – م – ك ء حا θ) × ف	الشغل المبذول من القوة المحصلة = (ق – م + ك ء حا θ) × ف
إذا تحرك الجسم بسرعة منتظمة فإن : الشغل المبذول من القوة المحصلة = صفر	
إذا كان المستوى خشن ، $م_ك$ معامل الاحتكاك الحركى فإن :	
الشغل المبذول من قوة الاحتكاك الحركى كـ = – $م_ك$ ر × ف	
الشغل المبذول من القوة = (ك ء حا θ + $م_ك$ ر) × ف	الشغل المبذول من القوة = ($م_ك$ ر – ك ء حا θ) × ف

إجابة حاول أن تحل (٢) صفحة ٢٤٠

يتحرك جسيم تحت تأثير القوتين : $\overrightarrow{ق_١}$ = ٢ $\overrightarrow{س}$ – ٣ $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_٢}$ = ٥ $\overrightarrow{س}$ + $\overrightarrow{ص}$ من النقطة أ (٢ ، ١) إلى النقطة ب (٣ ، ٠) حيث : $\overrightarrow{س}$ ، $\overrightarrow{ص}$ متجها الوحدة الأساسيين أحسب الشغل المبذول

الحل

$\overrightarrow{أب}$ = (٣ ، ٠) – (٢ ، ١) = (١ ، –١)

، محصلة القوتين = (٢ ، –٣) + (٥ ، ١) = (٧ ، –٢)

ش = (٧ ، –٢) • (١ ، –١) = ٩ وحدة شغل

إجابة تفكير ناقد صفحة ٢٤٠

أثبت أنه إذا حدث للجسم إزاحتان متتاليتان تحت تأثير قوة ما ، فإن : الشغل المبذول خلال الازاحة المحصلة يساوى مجموع الشغلين المبذولين خلال كل من الازاحتين

الحل

بفرض : ف١→ ، ف٢→ ازاحتين متتالتين حدثتا للجسم تحت تأثير القوة ق→ ، ش١ الشغل المبذول من القوة خلال الازاحة الأولى ، ش٢ الشغل المبذول من القوة خلال الازاحة الثانية ، ش الشغل المبذول من القوة خلال الازاحة المحصلة ف→

∴ ش١ = ق→ • ف١→ ، ش٢ = ق→ • ف٢→

∴ ش١ + ش٢ = ق→ • (ف١→ + ف٢→)

، ∵ ف→ = ف١→ + ف٢→ ، ش = ق→ • ف→ ∴ ش = ش١ + ش٢

أى أن : الشغل المبذول خلال الازاحة المحصلة يساوى مجموع الشغلين المبذولين خلال كل من الازاحتين

إجابة حاول أن تحل (٣) صفحة ٢٤١

أثرت القوة : ق→ = ٥ س→ − ٧ ص→ على جسم فحركته من النقطة أ (٥ ، −١) على خط مستقيم إلى النقطة ب (−١ ، ٣) ، ثم إلى حـ (٤ ، ٦) أحسب الشغل المبذول بواسطة هذه القوة خلال كل من الازاحتين ، ثم حقق أن مجموع الشغلين يساوى الشغل المبذول خلال الازاحة المحصلة

الحل

∵ أب→ = ب→ − أ→ = (−١ ، ٣) − (٥ ، −١) = (−٦ ، ٤)

∴ ش١ = (٥ ، −٧) • (−٦ ، ٤) = −٥٨ وحدة شغل

، ∵ ب حـ→ = حـ→ − ب→ = (٤ ، ٦) − (−١ ، ٣) = (٥ ، ٣)

∴ ش٢ = (٥ ، −٧) • (٥ ، ٣) = ٤ وحدة شغل

∴ ش١ + ش٢ = −٥٨ + ٤ = −٥٤ وحدة شغل

، ∵ أحـ→ = حـ→ − أ→ = (٤ ، ٦) − (٥ ، −١) = (−١ ، ٧)

∴ ش = (٥ ، −٧) • (−١ ، ٧) = −٥٤ وحدة شغل

∴ الشغل المبذول خلال الازاحة المحصلة = مجموع الشغلين المبذولين خلال الازاحتين

إجابة تعبير شفهى صفحة ٢٤١

إذا تحرك جسيم على خط مستقيم من موضع ما ثم عاد إلى نفس هذا الموضع تحت تأثير نفس القوة ، فما مقدار الشغل المبذول خلال هذا المسار ؟

الحل

إذا تحرك جسيم على خط مستقيم من موضع ما ثم عاد إلى نفس هذا الموضع تحت تأثير نفس القوة ، فإن مقدار الشغل المبذول خلال هذا المسار يساوى صفراً

لأن : ف→ = ٠→ ∴ ش = ق→ • ٠→ = صفر

إجابة حاول أن تحل (٤) صفحة ٢٤٢

إذا كان متجه موضع جسيم يعطى بالعلاقة :

ر→(ن) = (ن + ٤) س→ + (ن² + ٣) ص→ حيث س→ ، ص→ متجها الوحدة الأساسيين ، أثرت قوة ق→ = ٣ س→ + ٢ ص→ احسب الشغل المبذول من القوة ق→ من ن = ١ إلى ن = ٣

الحل

الازاحة الحادثة من ن = ١ إلى ن = ٣ هى :

ف→ = ر٣→ − ر١→ = (٧ س→ + ١٢ ص→) − (٥ س→ + ٤ ص→)

= ٢ س→ + ٨ ص→

∴ ش = ق→ • ف→ = (٣ ، ٢) • (٢ ، ٨) = ٢٢ وحدة شغل

وحدات قياس الشغل :

وحدة قياس الشغل = وحدة قياس مقدار القوة × وحدة قياس الازاحة

الشغل (ش)		القوة (ق)	الازاحة (ف)
نيوتن . م	الجول	نيوتن	م
داين . سم	الأرج	داين	سم
ث كجم . م		ث كجم	م

التحويل بين الوحدات	
١ جول = ١٠^{٧} إرج	١ إرج = ١٠$^{-٧}$ جول
١ ث كجم . م = ٩,٨ جول	١ جول = ١ ÷ ٩,٨ ث كجم . م
١ ث جم . سم = ٩٨٠ أرج	١ أرج = ١ ÷ ٩٨٠ ث جم . سم

تعريف وحدات قياس الشغل :

(١) **الجول** : هو مقدار الشغل الذى تبذله قوة مقدارها نيوتن واحد فى تحريك جسم ما مسافة متر واحد

أى أن : الجول = نيوتن . متر

(٢) **الأرج** : هو مقدار الشغل الذى تبذله قوة مقدارها داين واحد فى تحريك جسم ما مسافة سنتيمتر واحد

أى أن : الأرج = داين . سم

(٣) **ث كجم . متر** : هو مقدار الشغل الذى تبذله قوة مقدارها ١ ث كجم فى تحريك جسم ما مسافة متر واحد

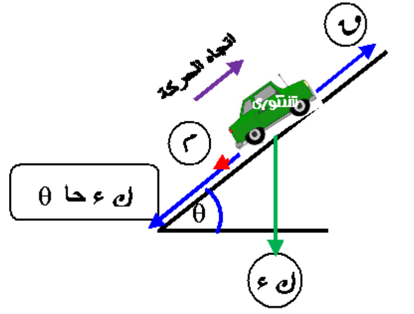
أى أن : ث كجم . م = نيوتن . متر

إجابة حاول أن تحل (٥) صفحة ٢٤٤

سيارة كتلتها ٦ طن تصعد منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{٩٨}$ ضد مقاومات تعادل ١٠ ث كجم لكل طن من الكتلة ، فاكتسبت سرعة ٥٤ كم / س خلال ٣٠ ثانية ، فإذا بدأت السيارة حركتها من السكون فأحسب بالجول مقدار الشغل المبذول من :

أولاً : قوة المحرك　　ثانياً : قوة المقاومة　　ثالثاً : وزن السيارة

الحل



ع = ٥٤ × $\frac{٥}{١٨}$ = ١٥ م / ث

، ∵ ع = ع. + جـ ن

∴ ١٥ = ٠ + جـ × ٣٠

∴ جـ = $\frac{١}{٢}$ م / ث^{٢}

، ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن^{٢}

∴ ف = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ × ٩٠٠ = ٢٢٥ م ، ∵ ق − م − ك ء جا θ = ك جـ

∴ ق = ٦ × ١٠^{٣} × $\frac{١}{٢}$ + ١٠ × ٩,٨ × ٦ + ٦ × ١٠^{٣} × ٩,٨ × $\frac{١}{٩٨}$

= ٤١٨٨ نيوتن

أولاً : الشغل المبذول من قوة محرك السيارة = ٤١٨٨ × ٢٢٥ = ٩٤٢٣٠٠ جول

ثانياً : الشغل المبذول من قوة المقاومة = − ١٠ × ٩,٨ × ٦ × ٢٢٥

= − ١٣٢٣٠٠ جول

ثالثاً : وزن السيارة (و) = ك ء = ٦ × ١٠^{٣} × ٩,٨ = ٥٨٨٠٠ نيوتن

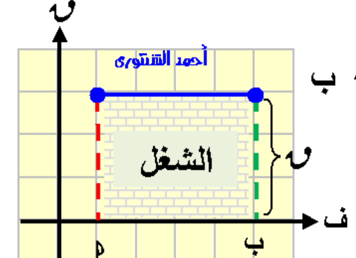
∴ الشغل المبذول من وزن السيارة = − ك ء جا θ × ف

= − ٥٨٨٠٠ × $\frac{١}{٩٨}$ × ٢٢٥

= − ١٣٥٠٠٠ جول

ثانياً : الشغل المبذول من قوة متغيرة :

(١) الشغل المبذول من قوة ثابتة (ق) تؤثر على جسم ليتحرك من النقطة أ إلى النقطة ب هو : $ش = ق \times أ ب$



و من الشكل المقابل نجد أن : القوة ممثلة على مستقيم أفقى يوازى محور الازاحة (ف) و يكون :

ش = مساحة المستطيل الذى بعداه ق ، أ ب = المساحة أسفل المنحنى

(٢) إذا كانت القوة متغيرة موازية لاتجاه الحركة خلال الازاحة كما هو موضح بالشكل المقابل فإن : المساحة تحت المنحنى تتحدد من العلاقة : $ش = \int_{أ}^{ب} ق \, ء ف$

(٣) إذا كان : اتجاه القوة لا يوازى اتجاه الحركة فإن :

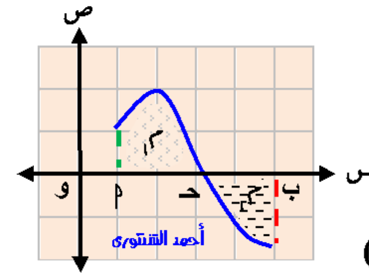
$$ش = \int_{أ}^{ب} ق_{ف} \, ء ف$$

حيث : $ق_{ف} = ق \text{ حتا } \theta$ " تمثل مركبة القوة فى اتجاه الازاحة "

ملاحظة :



فى الشكل المقابل :

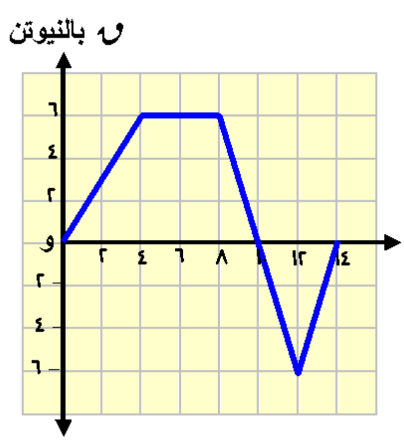


$$ش = \int_{أ}^{ب} ق \, ء ف$$

$$= \int_{أ}^{حـ} ق \, ء ف - \int_{حـ}^{ب} ق \, ء ف$$

= المساحة (م١) − المساحة (م٢)

إجابة حاول أن تحل (٦) صفحة ٢٤٦



الشكل المقابل : يوضح تأثير قوة متغيرة على جسم احسب الشغل الكلى المبذول بواسطة هذه القوة فى الحالات الآتية :

أولاً : من ف = ٠ إلى ف = ١٠

ثانياً : من ف = ٨ إلى ف = ١٤

الحل

أولاً : $ش = \int_{٠}^{١٠} ق \, ء ف$ = المساحة تحت المنحنى من ف = ٠ إلى ف = ١٠

$= \frac{١}{٢} \times (١٠ + ٦) \times ٦ = ٤٨$ جول

ثانياً : $ش = \int_{٨}^{١٤} ق \, ء ف$ = المساحة تحت المنحنى من ف = ٨ إلى ف = ١٤

$$= \int_{٨}^{١٠} ق \, ء ف - \int_{١٠}^{١٤} ق \, ء ف$$

$= \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٦ - \frac{١}{٢} \times ٤ \times ٦ = -٦$ جول

إجابة حاول أن تحل (٧) صفحة ٢٤٦

أثرت قوة متغيرة ق (مقاسة بالداين) على جسيم حيث ق تعطى بالعلاقة : $ق = ٤ ف^{٣} - ٢ ف + ١$ ، أوجد الشغل المبذول من هذه القوة من ف = ٠ إلى ف = ٤

الحل

$$ش = \int_{٠}^{٤} ق \, ء ف = \int_{٠}^{٤} (٤ ف^{٣} - ٢ ف + ١) \, ء ف$$

$$= [ف^{٤} - ف^{٢} + ف]_{٠}^{٤} = (٢٥٦ - ١٦ + ٤) - (٠) = ٢٤٤ \text{ جول}$$

حل تمارين (٤ – ١) صفحة ٢٤٧ بالكتاب المدرسى

أولاً : اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

(١) إذا تحرك جسم فى خط مستقيم من نقطة الأصل إلى النقطة أ (٣ ، ٢) تحت تأثير القوة $\overrightarrow{ق}$ = ٣ $\overrightarrow{س}$ – ٥ $\overrightarrow{ص}$ فإن : الشغل المبذول بواسطة هذه القوة = ... وحدة شغل

(أ) – ٤ (ب) – ١ (حـ) صفر (ء) ١

الحل

∵ $\overrightarrow{وأ}$ = $\overrightarrow{أ}$ – $\overrightarrow{و}$ = (٣ ، ٢) – (٠ ، ٠) = (٣ ، ٢)

∴ ش = (٣ ، – ٥) • (٣ ، ٢) = – ١ وحدة شغل

(٢) إذا تحرك جسم فى خط مستقيم من النقطة أ (– ٣ ، ٢) إلى النقطة ب (٥ ، – ٣) تحت تأثير القوة $\overrightarrow{ق}$ = ٥ $\overrightarrow{س}$ + ٨ $\overrightarrow{ص}$ فإن : الشغل المبذول بواسطة هذه القوة = ... وحدة شغل

(أ) صفر (ب) – ٤٠ (حـ) ٤٠ (ء) ٨٠

الحل

∵ $\overrightarrow{أب}$ = $\overrightarrow{ب}$ – $\overrightarrow{أ}$ = (٥ ، – ٣) – (– ٣ ، ٢) = (٨ ، – ٥)

∴ ش = (٥ ، ٨) • (٨ ، – ٥) = صفر وحدة شغل

(٣) الشكل المقابل يوضح تأثير القوة (ق) على جسم يتحرك مسافة (ف) فإن الشغل المبذول بواسطة هذه القوة ليتحرك الجسم من ف = ٠ إلى ف = ٦ متر يساوى .... جول

(أ) صفر (ب) ٤٠ (حـ) ٨٠ (ء) ٢٥

الحل

ش = $\int_{٠}^{٦}$ ق ء ف = المساحة تحت المنحنى من ف = ٠ إلى ف = ٦

= $\frac{١}{٢}$ × (٦ + ٤) × ٥ = ٢٥ جول

(٤) الشغل المبذول فى رفع كتلة مقدارها ٢٠٠ جم موضوعة على سطح الأرض مسافة ١٠٠ متر عن سطح الأرض يساوى .... جول

(أ) صفر (ب) ٩,٨ (حـ) ١٩,٦ (ء) ٢٩,٤

الحل

ش = ك ء × ف = ٢٠٠ × ١٠^{٣} × ٩,٨ × ١٠٠ = ١٩,٦ جول

(٥) إذا تحرك جسم على خط مستقيم و كانت تؤثر عليه قوة مقاومة تساوى فى المقدار ٤٠٠ نيوتن فإن الشغل المبذول بواسطة هذه القوة خلال ازاحة $\overrightarrow{ف}$ حيث || $\overrightarrow{ف}$ || = ٣٥٠ متر يساوى .... جول

(أ) – ١٤ × ١٠^{٤} (ب) – ٧ × ١٠^{٤}

(حـ) ٧ × ١٠^{٤} (ء) ١٤ × ١٠^{٤}

الحل

ش = – م × ف = – ٤٠٠ × ٣٥٠ = – ١٤ × ١٠^{٤} جول

ثانياً : أكمل :

(٦) رجل يتسوق فى متجر (سوبر ماركت) يدفع عربة تسوق بقوة مقدارها ٣٥ نيوتن تميل هذه القوة على الأفقى بزاوية قياسها ٢٥° لتتحرك العربة مسافة ٥٠ متر فإن الشغل المبذول بواسطة الرجل = ... أرج

الحل

شغ = ٣٥ حتا ٢٥° × ٥٠ = ١٥٨٦ جول

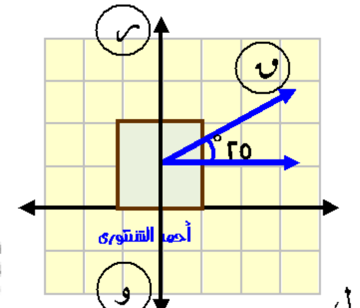
(٧) الشغل المبذول فى رفع كتلة مقدارها ٦٠٠ جم مسافة ٤ أمتار بعجلة مقدارها ٢٠ سم / ث² يساوى .... أرج

الحل

∵ ق = ك جـ ∴ ق = ٦٠٠ × ٢٠ = ١٢ × ١٠³ داين

∴ شغ = ١٢ × ١٠³ × ٤ = ٤٨ × ١٠³ أرج

(٨) الشكل المقابل يوضح قوة مقدارها ١٦ نيوتن تميل على الأفقى بزاوية قياسها ٢٥° تؤثر على جسم كتلته ٢,٥ كجم ليتحرك على نضد أفقى أملس مسافة ٢٢٠ سم فإن :



(أ) الشغل المبذول بواسطة القوة = ... جول

(ب) الشغل المبذول بواسطة رد فعل النضد = ... جول

(حـ) الشغل المبذول بواسطة وزن الجسم = ... جول

(ء) الشغل الكلى بواسطة القوى المؤثرة على الجسم = ... جول

الحل

(أ) الشغل المبذول بواسطة القوة = ١٦ حتا ٢٥° × ٢,٢ = ٣٩,١ جول

(ب) الشغل المبذول بواسطة رد فعل النضد = صفر

" لأن اتجاه رد فعل النضد عمودى اتجاه الازاحة "

(حـ) الشغل المبذول وزن الجسم = صفر

" لأن اتجاه وزن الجسم عمودى اتجاه الازاحة "

(ء) الشغل الكلى بواسطة القوى المؤثرة على الجسم = ٣٩,١ + صفر + صفر

= ٣٩,١ جول

ثالثاً : أجب عن الأسئلة الآتية :

(٩) تحرك جسيم على خط مستقيم تحت تأثير القوة : ق = ٦ س − ٣ ص من النقطة أ(− ١ ، ٢) إلى النقطة ب (٣ ، ٤) حيث س ، ص متجها الوحدة الأساسيين أحسب الشغل المبذول بواسطة هذه القوة

الحل

∵ أب = ب − أ = (٣ ، ٤) − (− ١ ، ٢) = (٤ ، ٢)

∴ شغ = (٦ ، − ٣) • (٤ ، ٢) = ١٨ وحدة شغل

(١٠) أثرت القوى ق١ = ٤ س + ٣ ص ، ق٢ = ٢ س − ٤ ص ، ق٣ = ٣ س − ص على جسم فأنتقل من النقطة أ(٢ ، ٣) إلى النقطة ب (٤ ، ٤) أحسب الشغل المبذول من محصلة هذه القوى خلال الازاحة أب

الحل

∵ أب = ب − أ = (٤ ، ٤) − (٢ ، ٣) = (٢ ، ١)

، محصلة القوى = (٤ ، ٣) + (٢ ، − ٤) + (٣ ، − ١) = (٩ ، − ٢)

∴ شغ = (٩ ، − ٢) • (٢ ، ١) = ١٦ وحدة شغل

(١١) يتحرك جسم كتلته ١ كجم و متجه ازاحته :

ف = (٣ ن²) س + (٣ ن² + ن) ص ما هى القوة المحركة ؟ أحسب الشغل المبذول من القوة المحركة خلال ٥ ثوانٍ من بدء الحركة علماً بأن ف مقيسة بالمتر ، ق بالنيوتن ، ن بالثانية

الحل

∵ ع = ءف / ءن = ٦ ن س + (٦ ن + ١) ص

، جـ = ءع / ءن = ٦ س + ٦ ص ، ق = ك جـ

∴ $\vec{\text{ق}}$ = ١ × (٦ $\vec{\text{س}}$ + ٦ $\vec{\text{ص}}$) = ٦ $\vec{\text{س}}$ + ٦ $\vec{\text{ص}}$

∴ ش = (٦ ، ٦) • (٣ ن² ، ٣ ن² + ن) = ٣٦ ن² + ٦ ن

عند : ن = ٠ فإن : ش = ٠ ، عند : ن = ٥ فإن : ش = ٩٦٠

∴ الشغل المبذول من القوة المحركة خلال ٥ ثوانٍ من بدء الحركة =

= ٩٦٠ − ٠ = ٩٦٠ جول

(١٢) متجه موضع جسيم كتلته ٣ كجم كدالة فى الزمن يعطى بالعلاقة :

$\vec{\text{ر}}$ (ن) = (٣ ن² + ٢) $\vec{\text{س}}$ + (٤ ن² + ٣) $\vec{\text{ص}}$ حيث $\vec{\text{س}}$ ، $\vec{\text{ص}}$ متجها وحدة متعامدان فى المستوى ، أثبت أن : الجسيم يتحرك بقوة ثابتة ، ثم احسب الشغل المبذول من هذه القوة من ن = ١ إلى ن = ٣

الحل

$\vec{\text{ف}}$ = $\vec{\text{ر}}$ − $\vec{\text{ر}}_0$ = ٣ ن² $\vec{\text{س}}$ + ٤ ن² $\vec{\text{ص}}$

∴ $\vec{\text{ع}}$ = $\frac{\text{ء} \vec{\text{ف}}}{\text{ء ن}}$ = ٦ ن $\vec{\text{س}}$ + ٨ ن $\vec{\text{ص}}$ ،

$\vec{\text{ح}}$ = $\frac{\text{ء} \vec{\text{ع}}}{\text{ء ن}}$ = ٦ $\vec{\text{س}}$ + ٨ $\vec{\text{ص}}$

∴ $\vec{\text{ق}}$ = ك $\vec{\text{ح}}$ = ٣ × (٦ $\vec{\text{س}}$ + ٨ $\vec{\text{ص}}$) = ١٨ $\vec{\text{س}}$ + ٢٤ $\vec{\text{ص}}$

و هى قوة ثابتة لأنها ليست دالة فى الزمن ن

∴ ش = $\vec{\text{ق}}$ • $\vec{\text{ف}}$ = (١٨ ، ٢٤) • (٣ ن² ، ٤ ن²) = ١٥٠ ن²

عند : ن = ١ فإن : ش = ١٥٠ ، عند : ن = ٣ فإن : ش = ٣٧٥٠

∴ الشغل المبذول من القوة من ن = ١ إلى ن = ٣

= ٣٧٥٠ − ١٥٠ = ٣٦٠٠ وحدة شغل

(١٣) عربة ترام ساكنة شُدت بحبل يصنع مع شريط الترام زاوية قياسها ٦٠° ، فإذا كانت قوة الشد ٥٠٠ ث كجم و تحركت العجلة بعجلة ٥ سم / ث² لمدة ٣٠ ث ، احسب الشغل الذى بذلته قوة الشد

الحل

∵ ف = ع₀ ن + ½ ح ن²

∴ ف = ٠ + ½ × ٠,٠٥ × ٩٠٠ = ٢٢,٥ م

∴ ش = ٥٠٠ × ٩,٨ × حتا ٦٠° × ٢٢,٥ = ٥٥١٢٥ جول

(١٤) عامل بناء كتلته ٧٠ كجم يحمل على كتفه كمية من الطوب صاعداً أعلى سلم ارتفاع قمته عن سطح الأرض ١٢ متر ، فإذا بذل شغلاً قدره ١١٧٦٠ جول حتى بلغ قمة السلم ، أوجد كمية الطوب

الحل

نفرض أن كتلة العامل و الطوب = ك كجم ، ∵ ش = ك ء ف

∴ ١١٧٦٠ = ك × ٩,٨ × ١٢ ∴ ك = ١٠٠ كجم

∴ كمية الطوب = ١٠٠ − ٧٠ = ٣٠ كجم

(١٥) أثرت قوة على جسم ساكن كتلته ٥٠ كجم فأكسبته عجلة منتظمة ٠,٧ م / ث² ، فإذا كان الشغل المبذول بواسطة هذه القوة يساوى ٣٥٠ ث كجم . متر ، أوجد المسافة التى تحركها الجسم

الحل

∵ ق = ك ح ∴ ق = ٥٠ × ٠,٧ = ٣٥ نيوتن

، ∵ ش = ٣٥٠ ث كجم . متر = ٣٥٠ × ٩,٨ = ٣٤٣٠ جول

، ش = ق ف ∴ ٣٤٣٠ = ٣٥ × ف ∴ ف = ٩٨ متر

أى أن : المسافة التى تحركها الجسم = ٩٨ متراً

(١٦) قذف حجر كتلته ٤ كجم رأسياً لأعلى عن سطح الأرض ، فإذا كان الشغل المبذول ليصل إلى أقصى ارتفاع ١١٧٦ جول ، أوجد أقصى ارتفاع وصل إليه الحجر

الحل

∵ شـ = ك ء ف ∴ ١١٧٦ = ٤ × ٩,٨ × ف

∴ ف = ٣٠ متر أى أن : أقصى ارتفاع وصل إليه الحجر = ٣٠ متر

(١٧) أحسب بالجول مقدار الشغل اللازم بذله لرفع ٥ متر مكعب من الماء لارتفاع ١٠ أمتار

الحل

∵ وزن ٥ متر مكعب من الماء = ٥ × $١٠^{٣}$ × ٩,٨ = ٤٩ × $١٠^{٣}$ نيوتن

، ∵ شـ = ق ف ∴ شـ = ٤٩ × $١٠^{٣}$ × ١٠ = ٤٩ × $١٠^{٤}$ جول

(١٨) سيدة تدفع أمامها عربة بها طفل من حالة سكون على طريق أفقى بقوة قدرها ٢ ث كجم و تميل على الأفقى لأسفل بزاوية قياسها ٦٠° ضد مقاومات قدرها ٠,٩٠ ث كجم ، فإذا كانت كتلة العربة و الطفل ١٨ كجم ، فأوجد بثقل كجم . متر مقدار الشغل المبذول خلال دقيقة واحدة من : (أ) وزن العربة و الطفل (ب) قوة السيدة (حـ) مقاومة الطريق

الحل

(أ) ∵ الوزن عمودى على اتجاه الحركة

∴ الشغل المبذول بواسطة وزن العربة و الطفل = صفر

(ب) ∵ ق حتا ٦٠° − م = ك حـ

∴ ٢ × ٩,٨ × $\frac{١}{٢}$ − ٠,٩٠ × ٩,٨ = ١٨ حـ

و منها : حـ = $\frac{٤٩}{١٨٠٠}$ م / ث² ، ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ حـ ن²

∴ ف = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × $\frac{٤٩}{١٨٠٠}$ × ٣٦٠٠ = ٤٩ م

∴ الشغل المبذول من قوة السيدة = ق حتا ٦٠° × ف = ٢ × $\frac{١}{٢}$ × ٤٩

= ٤٩ ث كجم . م

(حـ) الشغل المبذول مقاومة الطريق = − م × ف = − ٠,٩٥ × ٤٩

= − ٤٦,٥٥ ث كجم . م

(١٩) قطار كتلته ٢٠٠ طن يصعد منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠٠}$ بسرعة ثابتة ، فإذا كان الشغل المبذول من آلات القطار يساوى ١٥ × $١٠^{٥}$ ث كجم . م حتى وصل إلى أعلى المنحدر ، و الشغل المبذول ضد المقاومات يساوى ٥ × $١٠^{٥}$ ث كجم . م أوجد : (أ) طول المنحدر (ب) المقاومة لكل طن من كتلة القطار

الحل

(أ) ∵ ق = م + و حا θ بالضرب × ف

ينتج : ق ف = م ف + و ف حا θ

∴ ١٥ × $١٠^{٥}$ = ٥ × $١٠^{٥}$ + ٢٠٠ × $١٠^{٣}$ × ف × $\frac{١}{١٠٠}$

و منها : ف = ٥٠٠ م

أى أن : طول المنحدر = ٥٠٠ م

(ب) ∵ ٥ × $١٠^{٥}$ = م × ٥٠٠ ∴ م = ١٠٠٠ ث كجم

∴ المقاومة لكل طن من كتلة القطار = ١٠٠٠ ÷ ٢٠٠ = ٥ ث كجم / طن

(٢٠) سيارة كتلتها ٤ طن تصعد منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠٠}$ ضد مقاومات تعادل ٥ ث كجم لكل طن من الكتلة ، فاكتسبت سرعة ٥٤ كم / س خلال $\frac{١}{٢}$ دقيقة ، فإذا بدأت السيارة حركتها من السكون فأحسب بالجول مقدار الشغل المبذول من :

أولاً : قوة محرك السيارة   ثانياً : قوة المقاومة

ثالثاً : وزن السيارة   رابعاً : ضد وزن السيارة

الحل

ع = ٥٤ × $\frac{٥}{١٨}$ = ١٥ م / ث

، ∵ ع = ع. + حـ ن ∴ ١٥ = ٠ + حـ × ٣٠ ∴ حـ = $\frac{١}{٢}$ م / ث^{٢}

، ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ حـ ن^{٢}

∴ ف = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ × ٩٠٠ = ٢٢٥ م

، ∵ ق − م − ك ء حا θ = ك حـ

∴ ق = ٤ × ١٠^{٣} × $\frac{١}{٢}$ + ٥ × ٩,٨ × ٤

+ ٤ × ١٠^{٣} × ٩,٨ × $\frac{١}{١٠٠}$ = ٥٢٨٨ نيوتن

أولاً : الشغل المبذول من قوة محرك السيارة = ٥٢٨٨ × ٢٢٥ = ٥٨٢٣٠٠ جول

ثانياً : الشغل المبذول من قوة المقاومة = − ٥ × ٩,٨ × ٤ × ٢٢٥

= − ٤٤١٠٠ جول

ثالثاً : وزن السيارة (و) = ك ء = ٤ × ١٠^{٣} × ٩,٨ = ٣٩٢٠٠ نيوتن

∴ الشغل المبذول من وزن السيارة = − ك ء حا θ × ف

= − ٣٩٢٠٠ × $\frac{١}{١٠٠}$ × ٢٢٥ = − ٨٨٢٠٠ جول

رابعاً : الشغل المبذول ضد وزن السيارة = ٨٨٢٠٠ جول

(٢١) جسيم يتحرك على خط مستقيم تحت تأثير القوة ق (نيوتن) حيث ق = ٠,٤ ف ، ف مقاسة بالمتر ، أحسب الشغل المبذول من القوة ق عندما يتحرك الجسيم من :

(أ) ف = ٠ إلى ف = ١٠   (ب) ف = ١ إلى ف = ٥

الحل

(أ) ش = $\int_{0}^{10}$ ق ءف = $\int_{0}^{10}$ (٠,٤ ف) ءف

= [٠,٢ ف^{٢}]$_{0}^{10}$ = (٢٠) − (٠) = ٢٠ جول

(ب) ش = $\int_{1}^{5}$ ق ءف = $\int_{1}^{5}$ (٠,٤ ف) ءف

= [٠,٢ ف^{٢}]$_{1}^{5}$ = (٥) − (٠,٢) = ٤,٨ جول

(٢٢) جسيم يتحرك على خط مستقيم تحت تأثير القوة ق (نيوتن) حيث ق = حا ٢ ف ، ف مقاسة بالمتر ، أحسب الشغل المبذول من القوة ق عندما يتحرك الجسيم من :

(أ) ف = ٠ إلى ف = $\frac{١}{٢}$ π

(ب) ف = − $\frac{١}{٤}$ π إلى ف = $\frac{١}{٤}$ π

(حـ) ف = $\frac{١}{٤}$ π إلى ف = $\frac{٣}{٤}$ π

الحل

(أ) ش = $\int_{0}^{\frac{1}{2}\pi}$ ق ءف = $\int_{0}^{\frac{1}{2}\pi}$ (حا ٢ ف) ءف

= [− $\frac{١}{٢}$ حتا ٢ ف]$_{0}^{\frac{1}{2}\pi}$ = ($\frac{١}{٢}$) − (− $\frac{١}{٢}$) = ١ جول

(ب) ش = $\int_{-\frac{1}{4}\pi}^{\frac{1}{4}\pi}$ ق ءف = $\int_{-\frac{1}{4}\pi}^{\frac{1}{4}\pi}$ (حا ٢ ف) ءف

= [− $\frac{١}{٢}$ حتا ٢ ف]$_{-\frac{1}{4}\pi}^{\frac{1}{4}\pi}$ = (٠) − (٠) = صفر

(حـ) ش = $\int_{\frac{1}{4}\pi}^{\frac{3}{4}\pi}$ ق ءف = $\int_{\frac{1}{4}\pi}^{\frac{3}{4}\pi}$ (حا ٢ ف) ءف

= [− $\frac{١}{٢}$ حتا ٢ ف]$_{\frac{1}{4}\pi}^{\frac{3}{4}\pi}$ = (٠) − (٠) = صفر

٤ – ٢　طاقة الحركة

تمهيد :

علمنا أن القوة هى السبب الأساسى للحركة

و سنعلم أن المصدر الذى تستمد منه القوة فى تحريك الأجسام هو الطاقة ، و بالتالى يمكن تعريف الطاقة بأنها مقياس قدرة الجسم على بذل شغل

و للطاقة عدة صور منها : الطاقة الميكانيكية ، و الطاقة الحرارية ، و الطاقة الكهربائية ، و الطاقة الضوئية ، .... ألخ

و من صور الطاقة الميكانيكية : طاقة الحركة ، و طاقة الوضع

طاقة الحركة :

طاقة حركة جسم هى الطاقة التى يكتسبها الجسم بفضل سرعته و تقدر عند لحظة ما بنصف حاصل ضرب كتلة هذا الجسم فى مربع سرعته عند هذه اللحظة و يرمز لها بالرمز : ط

فإذا كانت (ك) كتلة الجسم ، $\overleftarrow{ع}$ متجه سرعته ، (ع) القياس الجبرى لهذا المتجه فإن :

$$ط = \frac{1}{2} ك \, \| \overleftarrow{ع} \|^{2} = \frac{1}{2} ك ع^{2}$$

، ∵ $\| \overleftarrow{ع} \|^{2} = \overleftarrow{ع} \bullet \overleftarrow{ع}$ فإنه يمكن التعبير عن طاقة الحركة كالآتى : $ط = \frac{1}{2} ك \, (\overleftarrow{ع} \bullet \overleftarrow{ع})$

ملاحظات :

(١) طاقة حركة الجسيم هى كمية قياسية غير سالبة = ١٨٠°

أى أن : ط ≥ ٠ " موجبة دائماً

، و تنعدم فقط عندما ينعدم متجه السرعة

(٢) طاقة حركة الجسيم الذى يتحرك بسرعة منتظمة تكون ثابتة

(٣) طاقة حركة الجسيم قد تتغير من لحظة زمنية لأخرى أثناء حركته تبعاً لمقدار سرعته

(٤) التغير فى طاقة حركة جسيم بين لحظتين زمنيتين مختلفتين =

$$ط - ط_{.} = \frac{1}{2} ك \, (ع^{2} - ع_{.}^{2})$$

(٥) التغير فى طاقة الحركة نتيجة التصادم =
طاقة الحركة بعد التصادم – طاقة الحركة قبل التصادم

(٦) طاقة الحركة المفقودة نتيجة التصادم =
طاقة الحركة قبل التصادم – طاقة الحركة بعد التصادم

وحدات قياس طاقة الحركة :

حيث أن : الشغل صورة من صور الطاقة

فإن : وحدة قياس طاقة الحركة = وحدة قياس الشغل

وحدة قياس طاقة الحركة =

وحدة قياس الكتلة × مربع وحدة قياس مقدار السرعة

طاقة الحركة (ط)		الكتلة (ك)	السرعة (ع)
نيوتن . م	الجول	كجم	م / ث
داين . سم	الأرج	جم	سم / ث

إجابة حاول أن تحل (أ) صفحة ٢٥١

يتحرك جسم كتلته ٢٠٠ جم بسرعة $\overleftarrow{ع} = ٦٠ \overleftarrow{س} - ٨٠ \overleftarrow{ص}$ حيث $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ متجه وحدة متعامدين و مقدار السرعة مقيس بوحدة سم / ث ، أحسب طاقة حركة هذا الجسم أولاً : بالأرج　ثانياً : بالجول

الحـل

$\|\overrightarrow{ع}\|^{٢} = ٣٦٠٠ + ٦٤٠٠ = ١٠٠٠٠$

أولاً : طاقة حركة الجسم $= \frac{١}{٢}$ ك $\|\overrightarrow{ع}\|^{٢} = \frac{١}{٢} \times ٢٠٠ \times ١٠٠٠٠ = ١٠^{٦}$ أرج

ثانياً : طاقة حركة الجسم $= ١٠^{٦} \div ١٠^{٧} = \frac{١}{١٠}$ جول

إجابة حاول أن تحل (٢) صفحة ٢٥١

سقط جسم كتلته ٥٠٠ جم رأسياً إلى أسفل من ارتفاع ٧٨,٤ متر عن سطح الأرض : أوجد :

(أ) طاقة حركة الجسم بعد ٢ ثانية من سقوطه

(ب) طاقة حركة الجسم لحظة ملامسته لسطح الأرض

الحل

(أ) ∵ ع = ع. + ء ن ∴ ع = ٠ + ٩,٨ × ٢ = ١٩,٦ م/ث

، ط $= \frac{١}{٢}$ ك ع^{٢} $= \frac{١}{٢} \times \frac{٥٠٠}{١٠٠٠} \times (١٩,٦)^{٢} = ٩٦,٠٤$ جول

(ب) ∵ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ ء ف ∴ ع^{٢} = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٧٨,٤ = ١٥٣٦,٦٤

، ط $= \frac{١}{٢}$ ك ع^{٢} $= \frac{١}{٢} \times \frac{٥٠٠}{١٠٠٠} \times ١٥٣٦,٦٤ = ٣٨٤,١٦$ جول

إجابة حاول أن تحل (٣) صفحة ٢٥٢

سيارة كتلتها ١ طن تصعد منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{٢٠}$ أبطل محركها و وقفت بعد أن قطعت مسافة ٢٠ متراً من لحظة إبطال المحرك فإذا كانت قوة مقاومة المنحدر $\frac{١}{٥}$ وزن السيارة احسب طاقة حركة السيارة بوحدة الجول

الحل

∵ − م − ك ء حا θ = ك حـ

∴ − $\frac{١}{٥} \times ١ \times ١٠^{٣} \times ٩,٨$

− $١ \times ١٠^{٣} \times ٩,٨ \times \frac{١}{٢٠} = ١ \times ١٠^{٣}$ حـ

و منها : حـ = − ٢,٤٥ م/ث^{٢}

، ∵ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ حـ ف

∴ ٠ = ع.^{٢} + ٢ × (− ٢,٤٥) × ٢٠ ∴ ع.^{٢} = ٩٨

ط $= \frac{١}{٢}$ ك ع.^{٢} $= \frac{١}{٢} \times ١ \times ١٠^{٣} \times ٩٨ = ٤٩٠٠٠$ جول

مبدأ الشغل و الطاقة :

(١) إذا كانت (ق) ثابتة :

باعتبار أن جسماً (ك) يتحرك مسافة (ف) تحت تأثير محصلة القوى (ق) بحيث تتغير سرعته من (ع$_{١}$) إلى (ع$_{٢}$) فيكون الشغل المبذول بواسطة محصلة القوى :

ش = ق ف ، ∵ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ حـ ف ،

باعتبار أن : ع$_{١}$ ، ع$_{٢}$ هما السرعتان الابتدائية و النهائية على الترتيب

∴ ع$_{٢}^{٢}$ − ع$_{١}^{٢}$ = ٢ حـ ف بالضرب × $\frac{١}{٢}$ ك ينتج :

$\frac{١}{٢}$ ك (ع$_{٢}^{٢}$ − ع$_{١}^{٢}$) = ك حـ ف = ق ف

حيث : ق ثابتة المقدار ∴ ط − ط. = ش

أى أن : التغير فى طاقة الحركة يساوى الشغل المبذول

(٢) إذا كانت (ق) متغيرة :

$\because$ ط $= \frac{1}{2}$ ك ع^2 $\therefore$ $\frac{د}{دن}$ (ط) $=$ ك ع $\frac{دع}{دن}$

$\therefore$ $\frac{د}{دن}$ (ط) $=$ ك حـ ع $=$ ق ع

$\therefore$ $\frac{د}{دن}$ (ط) $=$ ق $\frac{دف}{دن}$

$\therefore$ $\int_{ط.}^{ط}$ د (ط) $=$ $\int_{ف.}^{ف}$ ق د ف $\therefore$ ط $-$ ط. $=$ ش

أى أن : التغير فى طاقة الحركة يساوى الشغل المبذول

تعبر العلاقة الأخيرة عن **مبدأ الشغل و الطاقة** و الذى ينص على : التغير فى طاقة حركة الجسيم عند انتقاله من موضع ابتدائى إلى موضع نهائى يساوى الشغل المبذول بواسطة القوة المؤثرة عليه خلال الازاحة بين هذين الموضعين

ملاحظات :

(١) عند تطبيق مبدأ الشغل و الطاقة يجب أن تكون وحدات قياس طاقة الحركة هى نفسها وحدات قياس الشغل

(٢) عند استخدام العلاقة : $\frac{1}{2}$ ك (ع^2 $-$ ع.^{2}) $=$ ق ف

يراعى أن تكون الوحدات كما يلى :

(ك)	(ع)	(ق)	(ف)
كجم	م / ث	نيوتن	م
جم	سم / ث	داين	سم

(٣) (ق) هى محصلة القوى المؤثرة على الجسم لذا يراعى ذلك عند الحالات المختلفة للحركة (على خط مستقيم أفقى أملس أو خشن ، الحركة الرأسية و على مستوى مائل أملس أو خشن)

إجابة تفكير ناقد صفحة ١٥

أثبت أنه إذا بدأ جسيم حركته من موضع ما ثم عاد إلى نفس الموضع فإن طاقة حركته النهائية تساوى طاقة حركته الابتدائية

ثم استنتج من ذلك أنه فى حركة المقذوف الرأسى تحت تأثير الجاذبية الأرضية الثابتة تكون سرعة المقذوف أثناء مرحلة الصعود عند نقطة ما تساوى سرعته أثناء مرحلة الهبوط عند النقطة نفسها

الحل

$\because$ الجسيم بدأ حركته من موضع ما ثم عاد إلى نفس الموضع

$\therefore$ ش $= ٠$ ، $\because$ ش $=$ ط $-$ ط. $\therefore$ ط $-$ ط. $= ٠$ $\therefore$ ط $=$ ط.

و فى حركة المقذوف الرأسى رأسياً لأعلى تكون :

طاقة حركته عند أى نقطة أثناء الصعود = طاقة حركته عند نفس نقطة أثناء الهبوط

$\therefore$ سرعة المقذوف عند أى نقطة أثناء الصعود = سرعة المقذوف عند نفس نقطة أثناء الهبوط

إجابة حاول أن تحل (٤) صفحة ٢٥٤

أُطلقت رصاصة على هدف سمكه ٩ سم و خرجت من جانبه الآخر بنصف سرعتها التى دخلت بها ، فما هو أقل سمك لازم لهدف من نفس المادة حتى لا تخرج منه نفس الرصاصة لو أُطلقت عليه بسرعتها السابقة نفسها

اتجاه الحركة

م

٩ سم

الحل

بالنسبة للهدف الأول :

نفرض أن : سرعة دخول الرصاصة = ع سم / ث

$\therefore$ سرعة خروج الرصاصة $= \frac{1}{2}$ ع سم / ث ، $\because$ ط $-$ ط. $=$ ($-$ م) ف

$\therefore$ $\frac{1}{2}$ ك (($\frac{1}{2}$ ع)^2 $-$ ع^2) $=$ ($-$ م) $\times$ ٩

$\therefore$ $-$ $\frac{3}{8}$ ك ع^2 $= -$ ٩ م و منها : م $= \frac{1}{24}$ ك ع^2

أحمد الشتورى

بالنسبة للهدف الثانى :

∵ ط − ط. = (− م) ف ∴ $\frac{1}{2}$ ك (٠ − ع٢) = − $\frac{1}{24}$ ك ع٢ ف/

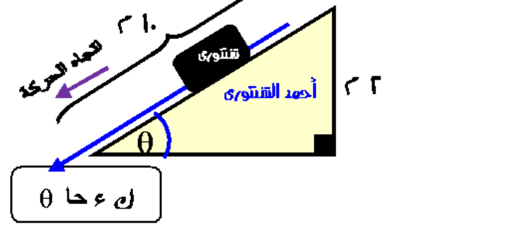
و منها : ف/ = ١٢ سم

إجابة حاول أن تحل (٥) صفحة ٢٥٤

قُذف جسم كتلته ٢ كجم بسرعة ٣ متر / ث إلى أسفل على خط أكبر ميل لمستوى أملس طوله ١٠ أمتار و ارتفاعه ٢ متر

أوجد طاقة حركة هذا الجسم عند وصوله إلى قاعدة المستوى

الحل



∵ ط − ط. = ك ء حا θ ف

∴ ط − $\frac{1}{2}$ × ٢ × ٩

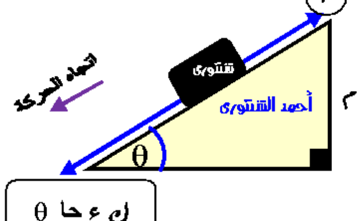
= ٢ × ٩,٨ × $\frac{2}{10}$ × ١٠

و منها : ط = ٤٨,٢ جول

إجابة حاول أن تحل (٦) صفحة ٢٥٥

وُضع جسم كتلته ٢٠٠ جم عند قمة مستوى مائل ارتفاعه ٣ أمتار احسب السرعة التى يصل بها هذا الجسم إلى قاعدة المستوى علماً بأن مقدار الشغل الذى يبذله قوة مقاومة المستوى للحركة ٤,٤٨ جول

الحل



نفرض أن : طول المستوى = ف متر

∵ ط − ط. = (ك ء حا θ − م) ف

∴ $\frac{1}{2}$ × ٠,٢ ع٢ − ٠ = ك ء ف حا θ − م ف

∴ ٠,١ ع٢ = ٠,٢ × ٩,٨ × $\frac{3}{ف}$ × ف − ٤,٤٨

و منها : ع٢ = ١٤ ∴ ع = $\sqrt{14}$ م / ث

حل تمارين (٤ − ٢) صفحة ٢٥٧ بالكتاب المدرسى

أولاً : أكمل

(١) طاقة حركة قذيفة كتلتها $\frac{1}{2}$ كجم و تتحرك بسرعة ٣٠٠ متر / ث يساوى .... جول

الحل

ط = $\frac{1}{2}$ ك ع٢ = $\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{2}$ × ٩٠٠٠٠ = ١٥٠٠٠ جول

(٢) طاقة حركة جسم كتلته ٤٠ جم يتحرك بسرعة ٢٠ متر / ث يساوى .... جول

الحل

ط = $\frac{1}{2}$ ك ع٢ = $\frac{1}{2}$ × ٠,٠٤ × ٤٠٠ = ٨ جول

(٣) سيارة كتلتها ١,٥ طن و طاقة حركتها ١٦٨٧٥٠ جول فإن سرعة السيارة .... م / ث

الحل

∵ ط = $\frac{1}{2}$ ك ع٢ ∴ ١٦٨٧٥٠ = $\frac{1}{2}$ × ١,٥ × ١٠٠٠ ع٢

∴ ع٢ = ٢٢٥ ∴ ع = ١٥ م / ث

(٤) جسم يتحرك كتلته ٢٠٠ جم بسرعة $\overleftarrow{ع}$ = ٣٠ $\overleftarrow{س}$ + ٤٠ $\overleftarrow{ص}$ حيث $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ متجه وحدة متعامدين و مقدار السرعة مقيس بوحدة سم / ث ، فإن طاقة حركة هذا الجسم = ... أرج

الحل

|| $\overleftarrow{ع}$ ||٢ = ٩٠٠ + ١٦٠٠ = ٢٥٠٠

∴ طاقة حركة الجسم = $\frac{1}{2}$ ك || $\overleftarrow{ع}$ ||٢ = $\frac{1}{2}$ × ٢٠٠ × ٢٥٠٠ = ٢,٥ × ١٠٥ أرج

(٤) جسم بسرعة $\vec{ع} = ٥٠ \vec{س} + ١٠٠ \vec{ص}$ حيث $\vec{ع}$ مقيس بوحدة سم / ث ، $\vec{س}$ ، $\vec{ص}$ متجه وحدة متعامدين و كانت طاقة حركة هذا الجسم تساوى ٣,٩ جول فإن كتلة الجسم = ... جرام

الحل

$\|\vec{ع}\|^{٢} = ٢٥٠٠ + ١٠٠٠٠ = ١٢٥٠٠$ ، $\because ط = \frac{١}{٢} ك \|\vec{ع}\|^{٢}$

$\therefore ٣,٩ \times ١٠^{٧} = \frac{١}{٢} ك \times ١٢٥٠٠$ و منها : ك = ٦٢٤٠ جرام

(٦) إذا ترك جسم كتلته ٣٠ جم ليسقط من ارتفاع ١٠ أمتار من سطح الأرض فإن طاقة حركة هذا الجسم = ... جول عندما يكون على وشك الارتطام بسطح الأرض

الحل

$\because ع^{٢} = ع_{٠}^{٢} + ٢ ء ف$ $\therefore ع^{٢} = ٠ + ٢ \times ٩,٨ \times ١٠ = ١٩٦$

، $ط = \frac{١}{٢} ك ع^{٢} = \frac{١}{٢} \times ٠,٠٣ \times ١٩٦ = ٢,٩٤$ جول

ثانياً : أجب عن الأسئلة الآتية :

(٧) إصطدمت رصاصة كتلتها $\frac{٣}{٢}$ جرام و سرعتها ٤٠٠ متر / ث بقالب خشبى فسكنت بعد أن قطعت داخل القالب مسافة ٥ سم ، أحسب الزمن الذى تستغرقه الرصاصة داخل القالب (مستخدماً مبدأ الشغل و الطاقة)

الحل

$\because ط - ط_{٠} = -م \times ف$

$\therefore ٠ - \frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٢} \times (٤ \times ١٠^{٤})^{٢} = -م \times ٥$

و منها : $م = ٢٤ \times ١٠^{٧}$ داين

، $\because ك ج = -م$ $\therefore \frac{٣}{٢} ج = -٢٤ \times ١٠^{٧}$

$\therefore ج = -١٦ \times ١٠^{٧}$ سم / ث² ، $\because ع = ع_{٠} + ج ن$

$\therefore ٤ \times ١٠^{٤} = ٠ - ٢٤ \times ١٠^{٧} ن$ و منها : ن = ٠,٠٠٠٢٥ ث

حل آخر لايجاد الزمن

$\because (-م) \times ن = ك (ع - ع_{٠})$

$\therefore (-٢٤ \times ١٠^{٧}) \times ن = \frac{٣}{٢} (٠ - ٤ \times ١٠^{٤})$

و منها : ن = ٠,٠٠٠٢٥ ث

(٨) أُطلقت رصاصة كتلتها ٢٥ جم بسرعة أفقية على قطعة خشبية كتلتها ١,٣٥ كجم موضوعة على نضد أفقى خشن فاستقرت فيه و كونتا جسماً واحداً تحرك مسافة ١٠ سم نتيجة للتصادم احسب سرعة انطلاق الرصاصة مستخدماً مبدأ الشغل و الطاقة إذا كان معامل الاحتكاك الحركى بين قطعة الخشب و النضد يساوى $\frac{١}{٤}$

الحل

بفرض أن : سرعة الجسم بعد التصادم مباشرة = ع

$\because ط - ط_{٠} = -م_{ك} ر \times ف$

$\therefore ٠ - \frac{١}{٢} \times (١,٣٥ + ٠,٠٢٥) ع^{٢} = -\frac{١}{٤} \times (١,٣٥ + ٠,٠٢٥) \times ٩,٨ \times ٠,١$

$\therefore ع^{٢} = ٠,٤٩$ $\therefore ع = ٠,٧$ م / ث

أى أن : سرعة الجسم بعد التصادم = ٠,٧ م / ث

، $\because ك_{١} ع_{١} + ك_{٢} ع_{٢} = (ك_{١} + ك_{٢}) ع$

$\therefore ٠,٠٢٥ ع_{١} + ١,٣٥ \times ٠ = (١,٣٥ + ٠,٠٢٥) \times ٠,٧$

∴ ع₁ (سرعة انطلاق الرصاصة) = ٣٨,٥ م/ث

(٩) قوة مقدارها ١٢ نيوتن ثابتة الاتجاه تقوم ببذل شغل على جسم متحرك فإذا كانت ازاحته تعطى بالعلاقة : ف = ٣ س − ٤ ص حيث ف بالمتر ، احسب قياس الزاوية بين ق ، ف إذا كان التغير فى طاقة الحركة للجسم

أولاً : يساوى ٣٠ جول   ثانياً : يساوى − ٣٠ جول

الحل

ف = √(٩ + ١٦) = ٥ متر ، ∵ شـ = ق • ف

∴ شـ = ق ف حتا θ ، ∵ ط − ط. = شـ ∴ ط − ط. = ق ف حتا θ

أولاً : ٣٠ = ١٢ × ٥ حتا θ ∴ حتا θ = ١/٢ ∴ θ = ٦٠°

ثانياً : − ٣٠ = ١٢ × ٥ حتا θ ∴ حتا θ = − ١/٢ ∴ θ = ١٢٠°

(١٠) الشكل المقابل يوضح تأثير مركبة قوة فى الاتجاه الموجب لاتجاه محور السينات على جسم كتلته ٢ كجم فإذا كانت سرعة الجسم عند س = ٠ يساوى ٤ م/ث

أولاً : أوجد التغير فى طاقة الحركة بين س = ٠ ، س = ٥ م

ثانياً : أحسب مقدار طاقة الحركة عند س = ٣

ثالثاً : عند أى قيمة لـ س يكون مقدار طاقة الحركة ٨ جول

الحل

∵ أب يمر بالنقطتين (٠ ، ٤) ، (١ ، ٠) ∴ ميله = − ٤

، يقطع من محور الصادات جزءاً طوله = ٤

∴ معادلته هى : ص = − ٤ س + ٤

، عند : ص = − ٣ فإن : − ٣ = − ٤ س + ٤ و منها : س = ٧/٤

أولاً : ∵ التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول من القوة = المساحة تحت المنحنى

∴ التغير فى طاقة الحركة (بين س = ٠ ، س = ٥) = مساحة المثلث أ و ء + مساحة شبه المنحرف ء ب حـ هـ =

١/٢ × ١ × ٤ − ١/٢ × (٤ + ٣,٢٥) × ٣ = − ٨,٨٧٥ جول

حل آخر

التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول من القوة

$= \int_{0}^{\frac{7}{4}} (-4\text{س} + 4)\, \text{ء س} + \int_{\frac{7}{4}}^{5} (-3)\, \text{ء س}$

$= [-2\text{س}^2 + 4\text{س}]_{0}^{\frac{7}{4}} + [-3\text{س}]_{\frac{7}{4}}^{5}$

$= (-\frac{49}{8} + 7 - 0) + (-15 + \frac{21}{4}) = -8.875$ جول

ثانياً : ∵ التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول من القوة = المساحة تحت المنحنى

∴ ط٣ − ط. = مساحة المثلث أ و ء + مساحة شبه المنحرف ء ب ع ز

∴ ط٣ − ١/٢ × ٢ × ٤² = ١/٢ × ١ × ٤ − ١/٢ × (٢ + ١,٢٥) × ٣

∴ ط٣ = ٢ − ٤,٨٧٥ + ١٦ = ١٣,١٢٥ جول

∴ مقدار طاقة الحركة (عند : س = ٣) = ١٣,١٢٥ جول

حل آخر

$\text{ط}_3 - \text{ط}_. = \int_{0}^{\frac{7}{4}} (-4\text{س} + 4)\, \text{ء س} + \int_{\frac{7}{4}}^{3} (-3)\, \text{ء س}$

$\therefore \text{ط}_3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4^2 = [-2\text{س}^2 + 4\text{س}]_{0}^{\frac{7}{4}} + [-3\text{س}]_{\frac{7}{4}}^{3}$

$= (- \frac{٤٩}{٨} + ٧ - ٠) + (- ٩ + \frac{٢١}{٤}) + ١٦ = ١٣,١٢٥$ جول

∴ مقدار طاقة الحركة (عند : س = ٣) = ١٣,١٢٥ جول

ثالثاً : بفرض أن : طاقة الحركة = ٨ جول عند : س = ك

∵ التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول من القوة = المساحة تحت المنحنى

∴ $ط_ك - ط_. = \frac{١}{٢} \times ١ \times ٤ - \frac{١}{٢} \times (ك - ١ + ك - ١,٧٥) \times ٣$

∴ $٨ - \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٤^٢ = ٢ - \frac{٣}{٢} (٢ك - ٢,٧٥)$

∴ $٨ - ١٦ = ٢ - ٣ك + ٤,١٢٥$

و منها : $ك = \frac{١١٣}{٢٤}$ أى أن : طاقة الحركة = ٨ جول عند : $س = \frac{١١٣}{٢٤}$

حل آخر

$ط_ك - ط_. = \int_{٠}^{٢} (- ٤ س + ٤) ء س + \int_{٢}^{ك} (- ٣) ء س$

∴ $٨ - \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٤^٢ = [- ٢ س^٢ + ٤ س]_{٠}^{٢} + [- ٣ س]_{٢}^{ك}$

∴ $٨ - ١٦ = (- \frac{٤٩}{٨} + ٧ - ٠) + (- ٣ك + \frac{٢١}{٤})$

و منها : $ك = \frac{١١٣}{٢٤}$ أى أن : طاقة الحركة = ٨ جول عند : $س = \frac{١١٣}{٢٤}$

(١١) ترك جسم كتلته ٢٠٠ جم ليتحرك من سكون من قمة مستوى أملس طوله ٢٥ متر و يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠}$ أوجد طاقة حركة هذا الجسم عندما يصل إلى قاعدة المستوى

الحل



∵ $ط - ط_. = ك ء حا θ ف$

∴ $ط - ٠ = ٠,٢ \times ٩,٨ \times \frac{١}{١٠} \times ٢٥$

و منها : ط = ٤,٩ جول

حل آخر

∵ المستوى أملس ، الجسم يتحرك لأسفل المستوى

∴ $ح = ء حا θ = ٩,٨ \times \frac{١}{١٠} = ٠,٩٨$ م / ث^٢

، ∵ $ع^٢ = ع_.^٢ + ٢ ح ف$ ∴ $ع^٢ = ٠ + ٢ \times ٠,٩٨ \times ٢٥ = ٤٩$ م

، ∵ $ط = \frac{١}{٢} ك ع^٢$ ∴ $ط = \frac{١}{٢} \times ٠,٢ \times ٤٩ = ٤,٩$ جول

(١٢) قذف جسيم كتلته ٥ كجم على خط أكبر ميل لمستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠}$ ، و لأعلى بسرعة ٤ متر / ث احسب التغير الذى يطرأ على طاقة حركة هذا الجسيم بعد إنقضاء ثانية واحدة على لحظة قذفه ثم عندما يعود إلى موضع القذف

الحل

∵ المستوى أملس ، الجسيم يتحرك لأعلى المستوى

∴ $ح = - ء حا θ = ٩,٨ \times \frac{١}{١٠} = - ٠,٩٨$ م / ث^٢

، ∵ $ع = ع_. + ح ن$ ، ن = ١ ث

∴ $ع = ٤ - ٠,٩٨ \times ١ = ٣,٠٢$ م / ث

، ∵ التغير فى طاقة الحركة = $ط - ط_. = \frac{١}{٢} ك (ع^٢ - ع_.^٢)$

∴ التغير فى طاقة الحركة = $\frac{١}{٢} \times ٥ \times ((٣,٠٢)^٢ - (٤)^٢) = - ١٧,١٩٩$ جول

حل آخر

∵ $ف = ع_. ن + \frac{١}{٢} ح ن^٢$

∴ $ف = ٤ \times ١ + \frac{١}{٢} \times (- ٠,٩٨) \times ١ = ٣,٥١$ م

، ∵ $ط - ط_. = - ك ء حا θ ف$

∴ التغير فى طاقة الحركة = $- ٥ \times ٩,٨ \times \frac{١}{١٠} \times ٣,٥١ = - ١٧,١٩٩$ جول

، عندما يعود الجسيم إلى نقطة القذف فإن : ف = صفر

∴ التغير فى طاقة الحركة = صفر

(١٣) مستوى مائل خشن طوله ٢٠ متر و ارتفاعه ٥ أمتار أوجد أصغر سرعة يقذف بها جسم من أسفل نقطة فى المستوى المائل و فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لكى يصل بالكاد إلى أعلى نقطة فى المستوى علماً أن الجسم يلاقى مقاومة تساوى $\frac{1}{4}$ وزنه

الحل

∵ ط − ط. = − (م + ك ء جا θ) ف

∴ ٠ − $\frac{1}{2}$ ك ع^{2} = − ($\frac{1}{4}$ ك × ٩,٨ + ك × ٩,٨ × $\frac{5}{20}$) × ٢٠

و منها : ع = ١٤ م / ث

(١٤) أُطلقت قذيفة مدفع بسرعة $\overline{ع}$ = ١٠٥ $\overline{س}$ + ٣٦٠ $\overline{ص}$ حيث $\overline{س}$ ، $\overline{ص}$ متجه وحدة متعامدين و مقدار السرعة مقيس بوحدة م / ث ، فإذا كانت طاقة الحركة للقذيفة تساوى ١,١٢٥ × ١٠^{6} جول فأوجد كتلة القذيفة بالكيلوجرام

الحل

|| $\overline{ع}$ ||^{2} = (١٠٥)^{2} + (٣٦٠)^{2} = ١٤٠٦٢٥

، ∵ ط = $\frac{1}{2}$ ك ع^{2}

∴ ١,١٢٥ × ١٠^{6} = $\frac{1}{2}$ ك × ١٤٠٦٢٥

و منها : ك = ١٦ كجم

(١٥) يتحرك جسم كتلته ٢ كجم تحت تأثير القوى $\overline{ق}_1$ = $\overline{س}$ + ٢ $\overline{ص}$ ، $\overline{ق}_2$ = ٢ $\overline{س}$ + $\overline{ص}$ ، $\overline{ق}_3$ = ٣ $\overline{س}$ + ٥ $\overline{ص}$ مقدرة كل منها بالنيوتن حيث $\overline{س}$ ، $\overline{ص}$ متجها وحدة متعامدين فإذا كان متجه الازاحة كدالة فى الزمن يعطى بالعلاقة :

$\overline{ف}$ = أ ن^{2} $\overline{س}$ − ب (ن^{2} − ن) $\overline{ص}$ و معيار الازاحة بالمتر

أوجد :

(أ) قيمة كل من الثابتين أ ، ب

(ب) الشغل المبذول من هذه القوى بعد ٢ ثانية من بدء الحركة

(حـ) طاقة الحركة فى نهاية زمن قدره ٢ ثانية

الحل

∵ $\overline{ق}$ = $\overline{ق}_1$ + $\overline{ق}_2$ + $\overline{ق}_3$ = ٦ $\overline{س}$ + ٨ $\overline{ص}$

(أ) ∵ $\overline{ع}$ = $\frac{ء \overline{ف}}{ء ن}$ = ٢ أ ن $\overline{س}$ − ب (٢ ن − ١) $\overline{ص}$

، $\overline{حـ}$ = $\frac{ء \overline{ع}}{ء ن}$ = ٢ أ $\overline{س}$ − ٢ ب $\overline{ص}$ ، $\overline{ق}$ = ك $\overline{حـ}$

∴ ٦ $\overline{س}$ + ٨ $\overline{ص}$ = ٢ (٢ أ $\overline{س}$ − ٢ ب $\overline{ص}$)

∴ ٦ = ٤ أ و منها : ∴ أ = $\frac{3}{2}$

∴ ٨ = − ٤ ب و منها : ب = − ٢

(ب) $\overline{ف}$ = $\frac{3}{2}$ ن^{2} $\overline{س}$ + ٢ (ن^{2} − ن) $\overline{ص}$

∴ ش = (٦ ، ٨) • ($\frac{3}{2}$ ن^{2} ، ٢ ن^{2} − ٢ ن)

= ٢٥ ن^{2} − ١٦ ن

عند : ن = ٢ فإن : ش = ١٠٠ − ٣٢ = ٦٨ جول

(حـ) ∵ $\overline{ع}$ = ٣ ن $\overline{س}$ + ٢ (٢ ن − ١) $\overline{ص}$

عند : ن = ٣ فإن : ع = ٦ س + ٦ ص

∴ ع٢ = ٧٢ ∴ ط = ½ × ٢ × ٧٢ = ٧٢ جول

(١٦) أُطلقت رصاصة بسرعة ٥٤٠ كم / س على قطعة خشبية فاستقرت فيه على عمق ٢٠ سم ، فإذا أُطلقت نفس الرصاصة بنفس السرعة على هدف ثابت من نفس الخشب سمكه ١٥ سم ، فما هى السرعة التى تخرج بها الرصاصة من الهدف بفرض ثبوت المقاومة

الحل

بالنسبة للقطعة الخشبية :

∵ ط − ط. = − م × ف

∴ ٠ − ½ × ك × (٥٤٠ × ٥/١٨)٢ = − م × ٠,٢

∴ م = ٥٦٢٥٠ ك (١)

بالنسبة للهدف :

∵ ط − ط. = − م × ف

∴ ½ × ك × (ع٢ − (٥٤٠ × ٥/١٨)٢) = − م × ٠,١٥

بالتعويض من (١) ينتج :

½ × ك × (ع٢ − ٢٢٥٠٠) = − ٥٦٢٥٠ ك × ٠,١٥

و منها : ع = ٧٥ م / ث

(١٧) هدف رأسى مكون من طبقتين من معدنين مختلفين ، سمك الأول ٧ سم ، و سمك الثانى ١٤ سم ، فإذا أُطلقت رصاصتان متساويتان فى الكتلة فى اتجاهين متضادين و عموديتين على الهدف و بسرعة واحدة ، فاخترقت الرصاصة الطبقة الأولى و سكنت فى الثانية بعد أن غاصت فيها مسافة ٥ سم بينما و اخترقت الرصاصة الثانية الطبقة الثانية و أستقرت فى الطبقة الأولى بعد أن غاصت فيها مسافة ١ سم أوجد النسبة بين مقاومة المعدنين

الحل

نفرض أن : كتلة كل من الرصاصتين = ك جم ، و مقاومة الطبقة الأولى = م١ ث جم ، و مقاومة الطبقة الثانية = م٢ ث جم ، و سرعتيهما الإبتدائتين = ع. سم / ث

، ∵ ط − ط. = − م١ × ف١ − م٢ × ف٢

∴ بالنسبة للطبقة الأولى : ٠ − ½ × ك ع.٢ = − م١ × ٧ − م٢ × ٥ (١)

، بالنسبة لطبقة النحاس : ٠ − ½ × ك ع.٢ = − م٢ × ١٤ − م١ × ١ (٢)

، ∵ الرصاصتان من لهما نفس الكتلة و نفس سرعة القذف

∴ الشغل المبذول ضد المقاومات من الرصاصتين متساوى

∴ من (١) ، (٢) ينتج : − م١ × ٧ − م٢ × ٥ = − م٢ × ١٤ − م١ × ١

∴ م١ × ٧ − م١ × ١ = م٢ × ١٤ − م٢ × ٥

و منها : ٦ م١ = ٩ م٢ ∴ م١ : م٢ = ٣ : ٢

أى أن : النسبة بين مقاومة المعدنين = ٣ : ٢

(١٨) كرتان ملساوتان كتلتاهما ١٠٠ جم ، ٢٠٠ جم تتحركان فى خط مستقيم في اتجاهين متضادين ، تصادمت الكرتان عندما كانت سرعتاهما ٨ م / ث ، ١٢ م / ث فإذا ارتدت الكرة الأولى بعد التصادم مباشرة بسرعة ٢ م / ث احسب طاقة الحركة المفقودة نتيجة التصادم بالجول

الحل

باعتبار اتجاه الكرة الكبرى قبل التصادم موجباً

∵ $ك_١ ع_١ + ك_٢ ع_٢ = ك_١ ع_١^/ + ك_٢ ع_٢^/$

∴ ١٠٠ × ٨ + ٢٠٠ × (– ١٢)

= ١٠٠ × (– ٢) + ٢٠٠ × $ع_٢^/$

و منها : $ع_٢^/$ = – ٧ م / ث

فى نفس اتجاهها قبل التصادم

طاقة الحركة المفقودة = طاقة الحركة قبل التصادم – طاقة الحركة بعد التصادم

∴ طاقة الحركة المفقودة = [($\frac{١}{٢}$ × ٠,١ × (٨)^٢ + $\frac{١}{٢}$ × ٠,٢ × (١٢)^٢]

– [($\frac{١}{٢}$ × ٠,١ × (٢)^٢ + $\frac{١}{٢}$ × ٠,٢ × (٧)^٢]

= ١٧,٦ – ٥,١ = ١٢,٥ جول

(١٩) سقطت كرة كتلتها ١٠٠ جم من ارتفاع ٣,٦ متر على أرض أفقية فاصطدمت بها و أرتدت رأسياً إلى أعلى فإذا بلغ النقص فى طاقة حركة الكرة نتيجة اصطدامها بالأرض ١,٩٦ جول

احسب المسافة التى ارتدتها الكرة عقب تصادمها بالأرض

الحل

لايجاد سرعة اصطدام الكرة بالأرض :

∵ $ع^٢ = ع.^٢ + ٢ ء ف$ = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٣,٦

∴ $ع_١$ = ٨,٤ م / ث

، ∵ ط – ط. = – ١,٩٦

∴ $\frac{١}{٢}$ × ٠,١ ($ع^٢$ – (٨,٤)^٢) = – ١,٩٦

و منها : ع = ٥,٦ م / ث " سرعة ارتداد الكرة عقب تصادمها بالأرض "

، ∵ $ع^٢ = ع.^٢ – ٢ ء ف$ ∴ ٠ = (٥,٦)^٢ – ٢ × ٩,٨ ف

و منها : ف = ١,٦ م " المسافة التى ارتدتها الكرة عقب تصادمها بالأرض "

(٢٠) سقط مطاطى من السكون من قمة برج فبلغت كمية حركته قبل التصادم مباشرة ١٠٩٢ جم . متر / ث ، و بلغت طاقة حركته ١٠١٤ ث جم . متر ، احسب كتلة هذا الجسم و ارتفاع البرج ، و إذا أرتد الجسم بعد إصطدامه بالأرض مسافة ٤,٩ متر فأوجد مقدار دفع الأرض للجسم

الحل

∵ ك ع = ١٠٩٢ جم . متر / ث = ١,٠٩٢ كجم . متر / ث (١)

، ∵ $\frac{١}{٢}$ ك $ع^٢$ = ١٠١٤ ث جم . متر

= $\frac{١٠١٤}{١٠٠٠}$ × ٩,٨ = ٩,٩٣٧٢ جول (٢)

بقسمة (٢) ÷ (١) ينتج : $\frac{١}{٢}$ ع = ٩,١

∴ ع = ١٨,٢ م / ث " سرعة اصطدام الجسم بسطح الأرض "

بالتعويض فى (١) ينتج : ١٨,٢ ك = ١,٠٩٢ و منها : ك = ٠,٠٦ كجم

، ∵ $ع^٢ = ع.^٢ + ٢ ء ف$ ∴ (١٨,٢)^٢ = ٠ + ٢ × ٩,٨ ف

و منها : ف = ١٦,٩ م " ارتفاع البرج "

بعد الاصطدام بالأرض : ∵ $ع^٢ = ع.^٢ – ٢ ء ف$ ∴ ٠ = $ع.^٢$ – ٢ × ٩,٨ × ٤,٩

و منها : ع. = ٩,٨ م / ث " سرعة ارتدت الجسم عقب الاصطدام بالأرض "

، باعتبار الاتجاه لأعلى هو الاتجاه الموجب

∴ دفع الأرض للجسم = ك (ع. – ع)

= ٠,٠٦ × (٩,٨ – (– ١٨,٢)) = ١,٦٨ كجم . م / ث

(٢١) سقط جسم (أ) كتلته ١,٨ كجم من السكون من ارتفاع ما عن سطح الأرض ، و فى نفس اللحظة قذف جسم (ب) كتلته ١,١٤ كجم رأسياً من سطح الأرض بسرعة ٤٩ م / ث ليصطدم بالجسم (أ) و يكونا

جسماً واحداً ، إذا عُلم أن سرعة الجسم (أ) قبل التصادم مباشرة ٢٨ م / ث فاحسب :

أولاً : السرعة المشتركة للجسمين بعد التصادم مباشرة

ثانياً : طاقة الحركة المفقودة بالتصادم

ثالثاً : الدفع الواقع على الجسم (أ)

الحل

نوجد لحظة تصادم الجسمين و زمن وصول الجسم (أ) إلى نقطة التصادم :

∵ ع = ع. + ء ن ∴ ٢٨ = ٠ + ٩,٨ ن

و منها : ن = $\frac{٢٠}{٧}$ ث

نوجد سرعة الجسم (ب) قبل التصادم مباشرة :

∵ ع = ع. − ء ن ∴ ع = ٤٩ − ٩,٨ × $\frac{٢٠}{٧}$

∴ ع$_٢$ = ٢١ م / ث

أولاً : باعتبار الاتجاه لأسفل هو الاتجاه الموجب للحركة ، سرعة الجسم المشترك ع ، ∵ ك$_١$ ع$_١$ + ك$_٢$ ع$_٢$ = (ك$_١$ + ك$_٢$) ع

∴ ١,٨ × ٢٨ + ١,١٤ × (−٢١) = ٢,٩٤ × ع

و منها : ع = ٩ م / ث لأسفل

ثانياً : طاقة الحركة المفقودة = طاقة الحركة قبل التصادم − طاقة الحركة بعد التصادم

∴ طاقة الحركة المفقودة = [($\frac{١}{٢}$ × ١,٨ × (٢٨)^٢ + $\frac{١}{٢}$ × ١,١٤ × (٢١)^٢] − ($\frac{١}{٢}$ × ٢,٩٤ × (٩)^٢) = ٩٥٦,٩٧ − ١١٩,٠٧ = ٨٣٧,٩ جول

ثالثاً : الدفع الواقع على الجسم (أ) = التغير فى كمية حركة الجسم (أ)

= ١,٨ × (٢٨ − ٩) = ٣٤,٢ كجم . م / ث

(٢٢) سقطت مطرقة كتلتها ٨٠٠ كجم من ارتفاع ٦,٤ متر رأسياً على عمود من أعمدة الأساس كتلته ٣٢٠ كجم فدكته رأسياً لمسافة ١٠ سم أوجد :

أولاً : السرعة المشتركة للمطرقة و الجسم بعد التصادم مباشرة

ثانياً : الطاقة المفقودة نتيجة التصادم

ثالثاً : مقاومة الأرض مقدرة بثقل الكيلوجرام

الحل

سرعة المطرقة قبل التصادم بالعمود مباشرة :

ع^٢ = ع.^{٢} + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٦,٤

و منها : ع = ١١,٢ م / ث

أولاً : عند التصادم : نعتبر أن اتجاه سرعة المطرقة قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم مباشرة ع

∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

∴ ك$_١$ ع$_١$ + ك$_٢$ ع$_٢$ = (ك$_١$ + ك$_٢$) ع

∴ ٨٠٠ × ١١,٢ − ٣٢٠ × ٠ = ١١٢٠ ع

و منها : ع = ٨ م / ث فى اتجاه حركة المطرقة

ثانياً : طاقة الحركة المفقودة = طاقة الحركة قبل التصادم − طاقة الحركة بعد التصادم

∴ طاقة الحركة المفقودة = [($\frac{١}{٢}$ × ٨٠٠ × (١١,٢)^٢ + $\frac{١}{٢}$ × ٣٢٠ × (٠)^٢] − ($\frac{١}{٢}$ × ١١٢٠ × (٨)^٢) = ٥٠١٧٦ − ٣٥٨٤٠ = ١٤٣٣٦ جول

ثالثاً : متوسط مقاومة الأرض :

∵ ط − ط. = (ك ء − م) × ف

∴ ٠ − $\frac{١}{٢}$ × ١١٢٠ × (٨)^٢ = (١١٢٠ × ٩,٨ − م) × ٠,١

∴ − ٣٥٨٤٠ = ١٠٩٧,٦ − ٠,١ م

∴ ٠,١ م = ١٠٩٧,٦ + ٣٥٨٤٠ ∴ ٠,١ م = ٣٦٩٣٧,٦

و منها : م = ٣٦٩٣٧٦ نيوتن = ٤٥٠٨٠ ÷ ٩,٨ = ٣٧٦٩١ $\frac{٣}{٧}$ ث كجم

٤ – ٣ طاقة الوضع

تمهيد :

علمنا أن طاقة الجسم مرتبطة بحركته تسمى طاقة الحركة
أما طاقة الوضع فهى الطاقة التى ترتبط بمكان وجوده (موضعه)
و لطاقة الوضع عدة أنواع و كل نوع يختزل فى قوة ما مثل :
طاقة وضع جذب الأرض لأجسام و هى الأكثر شيوعاً

طاقة الوضع :

عندما يتحرك جسيم على خط مستقيم تحت تأثير قوة ثابتة توازى هذا الخط فإن طاقة وضع الجسيم عند لحظة ما و يرمز لها بالرمز : ض هى الشغل المبذول بواسطة هذه القوة لو أنها حركته من موضعه إلى موضع آخر ثابت على الخط المستقيم

ففى الشكل المقابل :

الوضع الثابت (و) — الوضع الابتدائى (ء) — الوضع النهائى (ب)

إذا كانت : القوة $\overline{\text{ق}}$ توازى $\overleftrightarrow{\text{ءب}}$

و كانت : (و) هى الموضع الثابت ، ء ، ب موضعين مختلفين للجسيم على $\overleftrightarrow{\text{ءب}}$ فإن : طاقة الوضع ء " $\text{ض}_{\text{ء}}$ " $= \overline{\text{ق}} \bullet \overline{\text{ءو}}$ ،

طاقة الوضع ب " $\text{ض}_{\text{ب}}$ " $= \overline{\text{ق}} \bullet \overline{\text{بو}}$ ،

طاقة الوضع عند (و) = صفر لأن : $\text{ض}_{\text{و}} = \overline{\text{ق}} \bullet \overline{0} =$ صفر

و باعتبار أن : ء ، ب هما الموضعين الابتدائى و النهائى للجسيم المتحرك على الترتيب فإن :

$$\text{ض}_{\text{ب}} - \text{ض}_{\text{ء}} = (\overline{\text{ق}} \bullet \overline{\text{بو}}) - (\overline{\text{ق}} \bullet \overline{\text{ءو}})$$

$$= \overline{\text{ق}} \bullet (\overline{\text{بو}} - \overline{\text{ءو}}) = \overline{\text{ق}} \bullet \overline{\text{بء}}$$

$$\therefore \text{ض}_{\text{ب}} - \text{ض}_{\text{ء}} = -(\overline{\text{ق}} \bullet \overline{\text{ءب}})$$

، $\because \overline{\text{ق}} \bullet \overline{\text{ءب}} = \text{شـ}$ $\quad \therefore$ **$\text{ض}_{\text{ب}} - \text{ض}_{\text{ء}} = -\text{شـ}$**

أى أن : التغير فى طاقة وضع الجسم عند انتقاله من موضع ابتدائى إلى موضع نهائى يساوى سالب الشغل المبذول بواسطة القوة خلال الحركة

بقاء الطاقة :

إذا أنتقل جسم من موضع ء ، إلى موضع آخر ب دون أن يلاقى مقاومة فإن :
مجموع طاقتى الحركة و الوضع عند ء يساوى مجموع طاقتى الحركة و الوضع عند ب

$\because \text{ط}_{\text{ب}} - \text{ط}_{\text{ء}} = \text{شـ}$ ، $\because \text{ض}_{\text{ب}} - \text{ض}_{\text{ء}} = -\text{شـ}$

$\therefore \text{ط}_{\text{ب}} - \text{ط}_{\text{ء}} = -(\text{ض}_{\text{ب}} - \text{ض}_{\text{ء}})$

$\therefore \text{ط}_{\text{ب}} + \text{ض}_{\text{ب}} = \text{ط}_{\text{ء}} + \text{ض}_{\text{ء}}$

مجموع طاقتى الحركة و الوضع يظل ثابتاً أثناء الحركة

وحدات قياس طاقة الوضع :

وحدات قياس طاقة الوضع هى نفسها قياس الشغل و طاقة الحركة

ملاحظات :

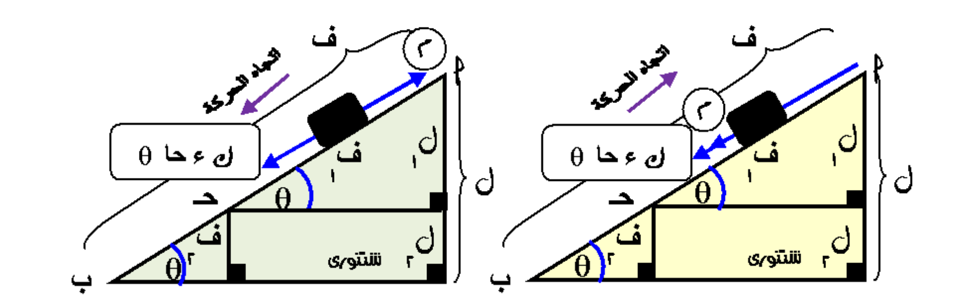
(١) طاقة الوضع قد تكون موجبة أو سالبة طبقاً للموضع الثابت للجسم

(٢) الحركة على مستوى مائل خشن :

التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل ضد المقاومات

فإذا فرضنا أن : كتلة الجسم = ك ، ارتفاع المنحدر = ل ، طوله = ف ، الجسم يتحرك على منحدر يميل على الأفقى بزاوية قياسها θ ، و كان : ء حـ = ف_1 ، ب حـ = ف_2

من هندسة الشكلين التاليين : ل = ف حا θ ، $\text{ل}_1 = \text{ف}_2$ حا θ



الجسم يتحرك صاعداً على المنحدر من حـ إلى أ	ط$_{أ}$ − ط$_{حـ}$ = شـ = (− ك ء حا θ − م) × ف$_{١}$ = − ك ء حا θ × ف$_{١}$ − م × ف$_{١}$ = − ك ء حا θ × (ف − ف$_{٢}$) − ش$_{م}$ = − ك ء حا θ × ف + ك ء حا θ × ف$_{٢}$ − ش$_{م}$ = − ك ء ل + ك ء ل$_{٢}$ − ش$_{م}$ = − ض$_{أ}$ + ض$_{حـ}$ − ش$_{م}$ و منها : ∴ ض$_{حـ}$ − ض$_{أ}$ = ط$_{أ}$ − ط$_{حـ}$ + ش$_{م}$ (**لاحظ** : ترتيب أ ، حـ)
الجسم يتحرك هابطاً على المنحدر من أ إلى حـ	ط$_{حـ}$ − ط$_{أ}$ = شـ = (ك ء حا θ − م) × ف$_{١}$ ∴ ط$_{حـ}$ − ط$_{أ}$ = ك ء حا θ ف$_{١}$ − م × ف$_{١}$ = ك ء حا θ (ف − ف$_{٢}$) − ش$_{م}$ = ك ء حا θ ف − ك ء حا θ ف$_{٢}$ − ش$_{م}$ = ك ء ل − ك ء ل$_{٢}$ − ش$_{م}$ = ض$_{أ}$ − ض$_{حـ}$ − ش$_{م}$ ∴ ض$_{أ}$ − ض$_{حـ}$ = ط$_{حـ}$ − ط$_{أ}$ + ش$_{م}$ (**لاحظ** : ترتيب أ ، حـ)

الجسم يتحرك صاعداً المنحدر	الجسم يتحرك هابطاً المنحدر
إذا قذف الجسم من نقطة ب بسرعة ع$_{ب}$ و وصل بالكاد لنقطة أ فإن : ع$_{أ}$ = ٠ . فيكون : ط$_{أ}$ = ٠ ، حيث : ض$_{ب}$ = ٠ فيكون : ط$_{ب}$ = ض$_{أ}$ + ش$_{م}$ أى أن : طاقة الحركة عند القاع = طاقة الوضع عند القمة + الشغل ضد المقاومات	إذا تحرك الجسم من أ من السكون فإن : ع$_{أ}$ = ٠ . فيكون : ط$_{أ}$ = ٠ . إلى نقطة ب (قاع المستوى) فإن : ض$_{ب}$ = ٠ . فيكون : ض$_{أ}$ = ط$_{ب}$ + ش$_{م}$ أى أن : طاقة الوضع عند القمة = طاقة الحركة عند القاع + الشغل ضد المقاومات
التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل ضد المقاومات	
طاقة الحركة المكتسبة = $\frac{1}{2}$ ك ع$_{ب}^{٢}$	طاقة الحركة المفقودة = $\frac{1}{2}$ ك ع$_{ب}^{٢}$
طاقة الوضع المفقودة = ك ء ل	طاقة الوضع المكتسبة = ك ء ل
ل المسافة الرأسية أ ، ب	
إذا كان : المستوى أملس	
التغير فى طاقة الوضع = − شـ = − (− ك ء حا θ ف) = ك ء حا θ ف = ك ء ل	التغير فى طاقة الوضع = − شـ = − ك ء حا θ ف = − ك ء ل
إذا تحرك الجسم من أ إلى ب (أو العكس) فإن : ض$_{أ}$ = ط$_{ب}$ أى أن : طاقة الوضع عند القمة = طاقة الحركة عند القاع	
طاقة الحركة المفقودة = طاقة الوضع المكتسبة	طاقة الوضع المفقودة = طاقة الحركة المكتسبة

(٣) فى الحركة الرأسية يعتبر سطح الأرض هو نقطة الصفر لطاقة الوضع

١) إذا قذف جسم من نقطة (و) على سطح الأرض رأسياً لأعلى فإن : $ض_{و}$ = صفر

٢) طاقة الوضع موجبة أعلى سطح الأرض و سالبة أسفل سطح الأرض

٣) عندما يكون جسم على إرتفاع ل من سطح الأرض " أى : و م = ل " فإن : $ض_{م}$ = ك ء ل

٤) عندما أقصى ارتفاع عند نقطة حـ فإن : $ط_{حـ}$ = صفر

٥) طاقة الوضع عند و " سطح الأرض " = طاقة الحركة عند حـ " أقصى ارتفاع " = مجموع طاقتى الحركة و الوضع عند أى نقطة
أى أن : $ض_{و}$ = $ط_{حـ}$ = $ض_{م}$ + $ط_{م}$ = $ض_{ب}$ + $ط_{ب}$

٦) إذا سقط جسم من م فإن : $ط_{م}$ = صفر
و يكون : $ض_{م}$ + $ط_{م}$ = $ط_{و}$

٧) من : (٥) نجد : $ض_{م}$ − $ض_{ب}$ = $ط_{ب}$ − $ط_{م}$
التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة

٨) إذا سقط جسم من م إلى ب أو تحرك من ب إلى م فإن :
التغير فى طاقة الوضع = ك ء × (م ب) " المسافة الرأسية "

٩) فى حالة وجود مقاومة فإن : $ض_{حـ}$ = $ط_{و}$ + $ش_{م}$
$ض_{م}$ − $ض_{ب}$ = $ط_{ب}$ − $ط_{م}$ + $ش_{م}$ " البرهان كما سبق "
و ذلك فى حالتى قذف الجسم رأسياً لأعلى أو سقوطه رأسياً لأسفل

إجابة حاول أن تحل (١) صفحة ٢٦٠

أثرت القوة $\overrightarrow{ق}$ = ٤ $\overrightarrow{س}$ + ٥ $\overrightarrow{ص}$ على جسم فحركته من الموضع م إلى الموضع ب فى زمن قدره ٢ ثانية و كان متجه الموضع للجسم يعطى بالعلاقة $\overrightarrow{ر}$ = (٢ $ن^{٢}$ + ٢) $\overrightarrow{س}$ + (٤ ن + ١) $\overrightarrow{ص}$ ، احسب التغير فى طاقة الوضع للجسم حيث معيار $\overrightarrow{ق}$ مقيس بالنيوتن ، و معيار $\overrightarrow{ر}$ مقيس بالمتر ، ن بالثانية

الحل

$\overrightarrow{ف}$ = $\overrightarrow{ر}$ − $\overrightarrow{ر}_{.}$ = ٢ $ن^{٢}$ $\overrightarrow{س}$ + ٤ ن $\overrightarrow{ص}$ = $\overrightarrow{مب}$

∴ التغير فى طاقة الوضع = − ($\overrightarrow{ق}$ • $\overrightarrow{مب}$) = − (٤ ، ٥) • (٢ $ن^{٢}$ ، ٤ ن)
= − (٨ $ن^{٢}$ + ٢٠ ن)

عند : ن = ٢ فإن : التغير فى طاقة الوضع = − ٧٢ جول

إجابة حاول أن تحل (٢) صفحة ٢٦١

سقط جسيم كتلته ١٠٠ جم من ارتفاع ٤ متر عن سطح الأرض ، أوجد مجموع طاقتى الحركة و الوضع للجسيم عند أى لحظة أثناء سقوطه ثم أوجد طاقة حركته عندما يكون على ارتفاع متراً واحداً من سطح الأرض

الحل

عند : م يكون :
$ض_{م}$ = ك ء ل = ٠,١ × ٩,٨ × ٤ = ٣,٩٢ جول
، $ط_{م}$ = صفر لأن : الجسم ساكن
∴ $ط_{م}$ + $ض_{م}$ = ٣,٩٢ جول
∵ مجموع طاقتى الحركة و الوضع يظل ثابتاً أثناء الحركة
∴ مجموع طاقتى الحركة و الوضع عند أى لحظة أثناء سقوط الجسم = ٣,٩٢ جول

عند : ب يكون : ض$_{ب}$ = ك ء ل = ٠,١ × ٩,٨ × ١ = ٠,٩٨ جول

، ∵ ط$_{ب}$ + ض$_{ب}$ = ط$_{م}$ + ض$_{م}$

∴ ط$_{ب}$ + ٠,٩٨ = ٠ + ٣,٩٢ و منها : ط$_{ب}$ = ٢,٩٤ جول

إجابة حاول أن تحل (٣) صفحة ٢٦٢

م ، ب نقطتان على خط أكبر ميل فى مستوى مائل خشن بحيث ب أسفل م ، بدأ جسم كتلته ٥٠٠ جم الحركة من السكون من نقطة م فإذا كانت المسافة الرأسية تساوى متراً واحداً و سرعة الجسم عندما يصل إلى ب تساوى ٤ م/ث أوجد بالجول

أولاً : طاقة الوضع المفقودة

ثانياً : الشغل المبذول من المقاومات

الحل

أولاً : طاقة الوضع المفقودة = ك ء ل = ٠,٥ × ٩,٨ × ١ = ٤,٩ جول

حيث : ل = المسافة الرأسية بين : م ، ب

ثانياً : ∵ الجسم ساكن عند م ∴ ط$_{م}$ = صفر

، عند ب : ع = ٤ م/ث ∴ ط$_{ب}$ = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ × $(٤)^٢$ = ٤ جول

، ∵ المستوى خشن

∴ التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل ضد المقاومات

∴ طاقة الوضع المفقودة = التغير فى طاقة الحركة + الشغل ضد المقاومات

∴ ٤,٩ = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ × $((٤)^٢ - ٠)$ + ش$_{م}$

و منها : ش$_{م}$ = ٠,٩ جول

∴ الشغل المبذول من المقاومات = − ٠,٩ جول

إجابة حاول أن تحل (٤) صفحة ٢٦٤

تهبط عربة من السكون أسفل منحدر و لما قطعت مسافة ١٨٠ متر ، وُجد أنها هبطت مسافة ١٠ متر ، فإذا عُلم أن $\frac{٣}{٤}$ طاقة الوضع فُقدت نظير التغلب على المقاومات ضد الحركة ، و أن هذه المقاومات ظلت ثابتة طوال حركة العربة ، فأوجد سرعة العربة بعد قطعها ١٨٠ متر السابقة

الحل

∵ التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل ضد المقاومات

، ∵ $\frac{٣}{٤}$ طاقة الوضع فُقدت نظير التغلب على المقاومات ضد الحركة

أى أن : الشغل ضد المقاومات = $\frac{٣}{٤}$ التغير فى طاقة الوضع

∴ التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + $\frac{٣}{٤}$ التغير فى طاقة الوضع

∴ $\frac{١}{٤}$ التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة

، ∵ السيارة تهبط مسافة ١٠ متر عندما تقطع مسافة ١٨٠ متر

∴ $\frac{١}{٤}$ × $\frac{١}{٢}$ × ك × ٩,٨ × ١٠ = $\frac{١}{٢}$ × ك × (ع^٢ − ٠)

و منها : ع = ٧ م/ث

أى أن : سرعة العربة بعد قطعها ١٨٠ متر هى : ٧ م/ث

حل تمارين (٤ – ٣) صفحة ٢٦٤ بالكتاب المدرسى

أولاً : أكمل

(١) سقط جسم كتلته ٠,٢ كجم من ارتفاع ٥ أمتار عن سطح الأرض

(أ) طاقة وضع الجسم لحظة سقوطه = ... جول

(ب) طاقة حركة الجسم لحظة سقوطه = ... جول

(حـ) مجموع طاقتى الحركة و الوضع لحظة سقوطه = ... جول

الحل

(أ) طاقة وضع الجسم لحظة سقوطه = ك ء ل = ٠,٢ × ٩,٨ × ٥ = ٩,٨ جول

(ب) طاقة حركة الجسم لحظة سقوطه = صفر

(حـ) مجموع طاقتى الحركة و الوضع لحظة سقوطه = ٩,٨ + صفر = ٩,٨ جول

(٢) جسم كتلته ٣٥٠ كجم على ارتفاع ٢٠ متر من سطح الأرض

فإن طاقة وضع الجسم = ... جول

الحل

ض = ك ء ل = ٣٥٠ × ٩,٨ × ٢٠ = ٦٨٦٠٠ جول

(٣) طائرة عمودية وزنها ٣٥٠٠ ث كجم تهبط رأسياً لأسفل من ارتفاع ٢٥٠ متر إلى ارتفاع ١٥٠ متر من سطح الأرض

فإن مقدار الفقد فى طاقة وضعها = ... جول

الحل

مقدار الفقد فى طاقة الوضع = ٣٥٠٠ × ٩,٨ × (٢٥٠ – ١٥٠)

= ٣٤٣ × $١٠^{٤}$ جول

(٤) جسم وزنه ٢ ث كجم صعد مسافة ٢٠٠ سم على خط أكبر ميل لمستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠°

فإن الزيادة فى طاقة وضعه = ... جول

الحل

∵ المستوى خشن

∴ الزيادة فى طاقة الوضع = ٢ × ٩,٨ حا ٣٠° × ٠,٢ = ١٩,٦ جول

(٥) وُضع جسم عند قمة مستوٍ أملس ارتفاعه ٩٠ سم

فإن سرعته عندما يصل إلى قاعدة المستوى = ... متر / ث

الحل

∵ المستوى أملس ∴ طاقة الوضع عند القمة = طاقة الحركة عند القاع

و بفرض أن : كتلة الجسم = ك كجم ، سرعته عند القاع = ع م / ث

∴ ك × ٩,٨ × ٠,٩ = $\frac{1}{2}$ ك $ع^{2}$ و منها : ع = ٤,٢ م / ث

(٦) يتحرك جسم من الموضع أ (٢ ، ٣) إلى الموضع ب (٧ ، ٦) تحت تأثير القوة $\overleftarrow{ق}$ = ٣ $\overleftarrow{س}$ + ٤ $\overleftarrow{ص}$ فإن : التغير فى طاقة وضع الجسم = ... أرج حيث $\overleftarrow{ف}$ بالسنتيمتر ، $\overleftarrow{ق}$ بالداين

الحل

∵ $\overleftarrow{ف}$ = $\overleftarrow{أب}$ = (٧ ، ٦) – (٢ ، ٣) = (٥ ، ٣)

∴ التغير فى طاقة الوضع = – ((٥ ، ٣) • (٥ ، ٣)) = – ٢٧ أرج

(٧) راجع حاول أن تحل (١) صفحة ٢٦٠

ثانياً : أجب عن الأسئلة الآتية :

(٨) جسم كتلته ٣٠٠ جم موضوع على ارتفاع ١٠ أمتار من سطح الأرض أوجد طاقة وضع الجسم ، و إذا سقط الجسم رأسياً لأسفل ، فأوجد طاقة حركته عندما يكون على ارتفاع ٣ متر من سطح الأرض

الحل

عند : أ يكون :

$ض_{أ}$ = ك ء ل = ٠,٣ × ٩,٨ × ١٠ = ٢٩,٤ جول

، $ط_{م}$ = صفر لأن : الجسم ساكن

∴ $ط_{م} + ض_{م}$ = ٢٩,٤ جول

∵ مجموع طاقتى الحركة و الوضع يظل ثابتاً أثناء الحركة

∴ مجموع طاقتى الحركة و الوضع عند أى لحظة أثناء سقوط الجسم = ٢٩,٤ جول

عند : ب يكون : $ض_{ب}$ = ك ء ل = ٠,٣ × ٩,٨ × ٣

= ٨,٨٢ جول

، ∵ $ط_{ب} + ض_{ب} = ط_{م} + ض_{م}$

∴ $ط_{ب}$ + ٨,٨٢ = ٠ + ٢٩,٤ و منها : $ط_{ب}$ = ٢٠,٥٨ جول

(٩) قُذف كتلته ١٤٠ جم رأسياً لأعلى من قمة برج ارتفاعه ٢٥ متر عن سطح الأرض ، احسب التغير فى طاقة حركة الجسم من لحظة قذفه حتى وصوله إلى سطح الأرض مقدراً بالجول

الحل

∵ التغير فى طاقة الحركة = التغير فى طاقة الوضع

∴ التغير فى طاقة الحركة = $ض_{م} - ض_{و}$

= ٠,١٤ × ٩,٨ × ٢٥ − صفر

= ٣٤,٣ جول

(١٠) قُذف جسم كتلته ٢ كجم رأسياً لأعلى بسرعة ٧٠ متر/ثانية أوجد مجموع طاقتى الحركة و الوضع بعد ٥ ثوانى ، و إذا كانت طاقة حركته بعد زمن ما هو ١٢٥,٤ جول فأوجد هذا الزمن و أوجد طاقة وضعه عندئذ

الحل

∵ ط = ½ ك ع² ∴ $ط_{و}$ = ½ × ٢ × (٧٠)² = ٤٩٠٠ جول

، ∵ $ض_{و}$ = صفر ∴ $ط_{و} + ض_{و}$ = ٤٩٠٠ + صفر = ٤٩٠٠ جول

، ∵ مجموع طاقتى الحركة و الوضع يظل ثابتاً أثناء الحركة

∴ مجموع طاقتى الحركة و الوضع بعد ٥ ثوانى = ٤٩٠٠ جول

و بفرض أن : سرعة الجسم بعد زمن ن ث هى ع م/ث

، ∵ ط = ½ ك ع² ∴ ١٢٥,٤٤ = ½ × ٢ ع² و منها : ع = ١١,٢ م/ث

، ∵ ع = $ع_{.}$ − ء ن ∴ ١١,٢ = ٧٠ − ٩,٨ × ن ∴ ن = ٦ ث

، ∵ ف = $ع_{.}$ ن − ½ ء ن² = ٧٠ × ٦ − ½ × ٩,٨ × ٣٦ = ٢٤٣,٦ م

∴ ض = ك ء ف = ٢ × ٩,٨ × ٢٤٣,٦ = ٤٧٧٤,٥٦ جول

(١١) جسم كتلته ١٠٠ جم سقط من ارتفاع ٥ أمتار على أرض رخوة فغاص فيها ٢٠ سم أوجد :

أولاً : مقدار ما فُقد من طاقة وضع بالجول قبل اصطدامه بالأرض مباشرة

ثانياً : متوسط مقاومة الأرض بثقل الكيلوجرام

الحل

أولاً : مقدار ما فقد من طاقة وضع = $ض_{م} - ض_{و}$

= ٠,١ × ٩,٨ × ٥ − ٠ = ٤,٩ جول

ثانياً : السرعة عند سطح الأرض

∵ ع² = $ع_{.}^{2}$ + ٢ ء ف

∴ ع² = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٥ = ٩٨

، ∵ التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل المبذول ضد المقاومات

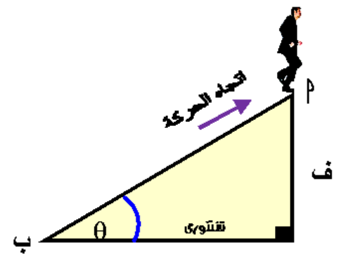
∴ $ض_{و} - ض_{ب} = ط_{ب} - ط_{و} + ش_{م}$

∴ ٠,١ × ٩,٨ × ٠,٢ − ٠ = ½ × ٠,١ × (٠ − ٩٨) + م × ٠,٢

و منها : م = ٢٥,٤٨ نيوتن = ٢٥,٤٨ ÷ ٩,٨ = ٢,٦ ث كجم

(١٢) صعد رجل كتلته ٧٢ كيلوجراماً طريقاً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{2}$ فقطع ١٢٠ م أحسب التغير فى طاقة وضع الرجل

الحل

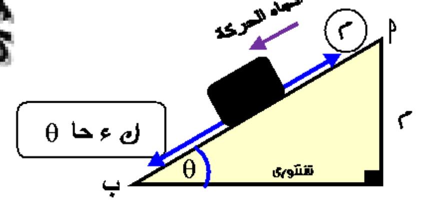


ف = ١٢٠ حا θ = ١٢٠ × $\frac{1}{2}$ = ٢٠ م

∴ التغير فى طاقة وضع الرجل = $ض_{م} - ض_{ب}$ = ٧٢ × ٩,٨ × ٢٠ − ٠ = ١٤١١٢ جول

(١٣) احسب السرعة التى يصل بها جسم كتلته ٣٠٠ جم موضوع عند قمة مستوٍ مائل ارتفاعه ٢ م إلى قاعدة المستوى إذا كان مقدار الشغل المبذول ضد المقاومة يساوى ٢,١٣ جول

الحل



∵ التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل المبذول ضد المقاومات

∴ $ض_{م} - ض_{ب} = ط_{ب} - ط_{م} + شـ_{م}$

∴ ٠,٣ × ٩,٨ × ٢ − ٠ = $\frac{1}{2}$ × ٠,٣ $ع^2$ − ٠ + ٢,١٣ و منها : ع = ٥ م / ث



(١٤) راجع حاول أن تحل (٣) صفحة ٢٦٢

(١٥) فى الشكل المقابل :

بندول بسيط طول خيطه ١٣٠ سم ، يبدأ البندول الحركة من السكون من نقطة أ و يتحرك حراً ليتذبذب فى زاوية قياسها ٢ هـ حيث طا هـ = $\frac{5}{12}$

أوجد سرعة الكرة عند منتصف المسار

الحل

من هندسة الشكل :

م ن = م أ حتا هـ = ١٣٠ × $\frac{12}{13}$ = ١٢٠ سم

∴ ن ب = م ب − م ن = ١٣٠ − ١٢٠ = ١٠ جول

" المسافة الرأسية التى تتحركها كرة البندول "

، بفرض أن : كتلة كرة البندول = ك جم

، سرعتها عند ب = ع سم / ث

، ∵ $ط_{م} + ض_{م} = ط_{ب} + ض_{ب}$

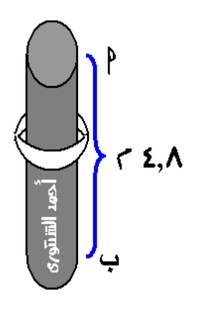
∴ $ض_{م} - ض_{ب} = ط_{ب} - ط_{م}$ ∴ ك ء × ن ب = $ط_{ب} - ط_{م}$

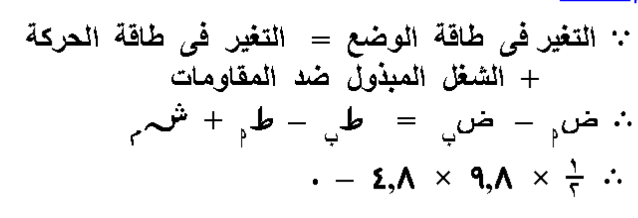
، ∵ $ط_{م}$ = ٠ " الجسم ساكن عند أ "

∴ ك × ٩٨٠ × ١٠ + ٠ = $\frac{1}{2}$ × ك $ع^2$ و منها : ع = ١٤٠ سم / ث

(١٦) حلقة كتلتها $\frac{1}{2}$ كجم تنزلق على عمود اسطوانى رأسى خشن فإذا كانت سرعتها ٦,٣ متر / ث بعد أن قطعت مسافة ٤,٨ متر من بدء حركتها ، احسب الشغل المبذول من المقاومة أثناء الحركة

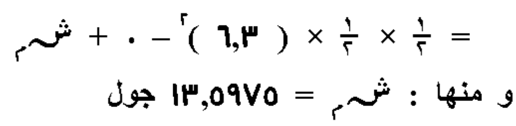
الحل





∵ التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل المبذول ضد المقاومات

∴ $ض_{م} - ض_{ب} = ط_{ب} - ط_{م} + شـ_{م}$



∴ $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ × ٤,٨ − ٠ = $\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{2}$ × $(٦,٣)^2$ − ٠ + $شـ_{م}$

و منها : $شـ_{م}$ = ١٣,٥٩٧٥ جول

٤ – ٤ القدرة

تعريف :

القدرة هى : المعدل الزمنى لبذل شغل

أو القدرة هى : الشغل المبذول فى وحدة الزمن

أى أن : القدرة = $\frac{ء}{ءن}$ (ش)

، ∵ ش = ق • ف ∴ القدرة = $\frac{ء}{ءن}$ (ق • ف)

و إذا كانت القوة (ق) ثابتة فإن :

القدرة = ق • $\frac{ءف}{ءن}$ = ق • ع = ق ع جتا θ

و إذا كانت ع لها نفس اتجاه ق فإن : القدرة = ق ع

ملاحظات :

(١) القدرة كمية قياسية تتعين عند كل لحظة زمنية بمعلومية ق ، ع و تحدد قيمتها بالمعدل الزمنى لبذل الشغل عند هذه اللحظة

(٢) القدرة تتعين لحظياً (عند لحظة ما) بينما الشغل يحسب دائماً بين لحظتين مختلفتين

القدرة عند لحظة ما = ق × السرعة عند هذه اللحظة

القدرة المتوسطة :

إذا بذلت القوة شغلاً قدره (ش) خلال فترة زمنية Δن = ن٢ − ن١

فإن : القدرة المتوسطة = $\frac{ش}{\Delta ن}$ = $\frac{ش}{ن_٢ - ن_١}$

استخدام التكامل فى ايجاد الشغل :

∵ القدرة = $\frac{ء}{ءن}$ (ش) ∴ ش = $\int_{ن_١}^{ن_٢}$ (القدرة) ءن

ملاحظات :

(١) عند ثبوت مقدار القوة (ق) فإن : مقدار القدرة يتغير طردياً مع مقدار السرعة (ق) ، و يكون (ق) ثابت التغير حيث :
القدرة = ق ع

(٢) عندما يتحرك جسم بسرعة منتظمة (ع) فإن : القدرة تكون ثابتة
، القدرة = ق ع

(٣) إذا تغير مقدار السرعة (ع) تغير مقدار القدرة ، و يكون :
أقصى قدرة (قدرة الآلة) = ق × أقصى سرعة

(٤) عند حركة جسم بلأقصى سرعة له على طريق أفقى أو صاعداً منحدر أو هابطاً منحدر فإن : القدرة تكون متساوية فى الحالات الثلاثة

(٥) إذا كانت (ق) ثابتة ، (ع) ثابتة " منتظمة ، قصوى " فإن :
القدرة = ق ع

(٦) إذا كانت (ق) ثابتة ، (ع) متغيرة فإن :
القدرة = $\frac{ءش}{ءن}$

(٧) إذا كانت (ق) متغيرة ، (ع) متغيرة فإن :
ش = $\int_{ن_١}^{ن_٢}$ (القدرة) ءن

الجدول التالى يلخص ذلك :

القوة (ق)	السرعة (ع)	القدرة	
ثابتة	ثابتة	ثابتة	القدرة = ق ع
ثابتة	متغيرة	متغيرة	القدرة = $\frac{ءش}{ءن}$
متغيرة	متغيرة	متغيرة	ش = $\int_{ن_١}^{ن_٢}$ (القدرة) ءن

وحدات قياس القدرة :

حيث أن : القدرة تساوى المعدل الزمنى لبذل الشغل

فإن : وحدة قياس القدرة $= \dfrac{\text{وحدة قياس الشغل}}{\text{وحدة قياس الزمن}}$

= وحدة قياس القوة × وحدة قياس السرعة

الوحدات	المطلقة		التثاقلية	العملية	
ق	نيوتن	داين	ث كجم		
ع	م / ث	سم / ث	م / ث		
القدرة	نيوتن . م / ث (جول / ث = وات)	إرج / ث	ث كجم . م / ث	الحصان	الوات
				الكيلو وات	
التحويل بين الوحدات	١ جول / ث (وات) = ١ ÷ ٩,٨ ث كجم . م / ث = $١٠^{٧}$ إرج / ث				
	١ إرج / ث = $١٠^{-٧}$ جول / ث (وات = نيوتن . م / ث)				
	١ حصان = ٧٥ ث كجم . م / ث = ٧٣٥ وات = ٠,٧٣٥ كيلووات				
	١ ث كجم . م / ث = $\frac{١}{٧٥}$ حصان = ٩,٨ وات (نيوتن . م / ث)				
	١ وات = $\frac{١}{٧٣٥}$ حصان = $١٠^{-٣}$ كيلو وات				
	١ كيلو وات = $١٠^{٣}$ وات (جول / ث = نيوتن . م / ث) = $١٠^{١٠}$ إرج / ث				

تعريف وحدات قياس القدرة :

(١) النيوتن . متر / ثانية : هو قدرة قوة تبذل شغلاً بمعدل زمنى ثابت مقداره نيوتن . متر واحد كل ثانية

و يطلق عليه أيضاً : جول / ثانية أو وات

(٢) ثقل كيلوجرام . متر / ثانية : هو قدرة قوة تبذل شغلاً بمعدل زمنى ثابت مقداره كيلوجرام . متر واحد كل ثانية

(٣) الإرج / ثانية : هو قدرة قوة تبذل شغلاً بمعدل زمنى ثابت مقداره إرجاً واحداً كل ثانية

(٤) الحصان : هو قدرة قوة تبذل شغلاً قدره ٧٥ ثقل كيلوجرام . متر كل ثانية

ملاحظة :

إذا كان معدل بذل الشغل منتظماً فإن :

القدرة $= \dfrac{\text{الشغل}}{\text{الزمن}} = \dfrac{\text{القوة} \times \text{المسافة}}{\text{الزمن}}$

إجابة حاول أن تحل (١) صفحة ٢٦٨

محرك طائرة يعطى قوة مقدارها ٣٢,٢ × $١٠^{٤}$ نيوتن عندما تكون سرعة الطائرة ٩٠٠ كم / س ، احسب قدرة المحرك بالحصان

الحل

قوة محرك الطائرة = ٣٢,٢ × $١٠^{٤}$ نيوتن = ٣٢,٢ × $١٠^{٤}$ ÷ ٩,٨

= ٣٢٨٥٧,١٤٢٩ ث كجم

قدرة المحرك = ق ع = (٣,٣ × $١٠^{٤}$ × ٩٠٠ × $\frac{٥}{١٨}$) ÷ ٧٥

= ١٠٩٥٢٣,٨ حصان

إجابة حاول أن تحل (٢) صفحة ٢٦٨

شاحنة كتلتها ٦ طن تتحرك على طريق أفقى بسرعة منتظمة ٥٤ كم / س عندما تكون قدرة محركها ٣٠ حصان

احسب مقاومة الطريق بثقل الكيلوجرام لكل طن من الكتلة

الحل

∵ الشاحنة تتحرك بسرعة منتظمة على طريق أفقى

∴ ق = م ، ∵ القدرة = ق ع

∴ ٣٠ × ٧٥ = م × ٥٤ × $\frac{٥}{١٨}$

∴ م = ١٥٠ ث كجم

، المقاومة لكل طن من الكتلة = ١٥٠ ÷ ٦ = ٢٥ ث كجم

إجابة حاول أن تحل (٣) صفحة ٢٦٩

فى المثال السابق :

إذا هبطت السيارة بعد ذلك على نفس المستوى بعد تحميلها ببضائع كتلتها ٣ طن ، احسب أقصى سرعة للهبوط بالكم / س علماً بأن : المقاومة عن كل طن من الكتلة لم تتغير

" من المثال : كتلة السيارة ٩ طن ، المنحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٢٥}$ ، المقاومات تعادل ٢٠ ث كجم لكل طن من الكتلة "

الحل

∵ الحركة لأسفل المستوى

∴ ق' = م − و جا θ

= ٢٠ × ٩ − (٩ + ٣) × ١٠^٣ × $\frac{١}{١٢٥}$

= ١٨٠ − ٩٦ = ٨٤ ث كجم

، ∵ القدرة = ٤٢ حصان ، القدرة = ق' ع' ∴ ٤٢ × ٧٥ = ٨٤ ع'

و منها : ع' = $\frac{٧٥}{٢}$ م / ث = $\frac{٧٥}{٢}$ × $\frac{١٨}{٥}$ = ١٣٥ كم / س

إجابة حاول أن تحل (٤) صفحة ٢٧٠

فى المثال السابق :

احسب عدد الصناديق إذا كانت قدرة العامل ٣٥٢,٨ وات

" من المثال : كتلة الصندوق الواحد ٣٠ كجم ، ارتفاع الشاحنة ٠,٩ متر عدد الصناديق التى يستطيع العامل تحميلها فى زمن قدره ١ دقيقة "

الحل

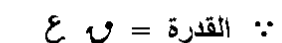
∵ القدرة = $\frac{\text{الشغل الكلى}}{\text{الزمن}}$ = $\frac{\text{عدد الصناديق × الشغل اللازم لتحميل صندوق واحد}}{\text{الزمن}}$

∴ ٣٥٢,٨ = $\frac{\text{عدد الصناديق × ٣٠ × ٩,٨ × ٠,٩}}{\text{١ × ٦٠}}$

∴ عدد الصناديق = ٨٠ صندوق

إجابة حاول أن تحل (٥) صفحة ٢٧٠

قاطرة كتلتها ٢٨ طن تجر عربة كتلتها ٥٦ طن بعجلة ثابتة أسفل منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠٠}$ و لما بلغت قدرة محركها ٨٤ حصان أصبحت سرعتها ٢١ م/ث ، احسب عجلة الحركة إذا عُلم أن المقاومة ١٠ ث كجم لكل طن من الكتلة



الحل

∵ القدرة = ق ع

∴ ٨٤ × ٧٥ = ق × ٢١ و منها :

ق = ٣٠٠ ث كجم = ٣٠٠ × ٩,٨ = ٢٩٤٠ نيوتن

، ∵ معادلة الحركة هى : ق + ك ء جا θ − م = ك حـ

∴ ٢٩٤٠ + (٢٨ + ٥٦) × ١٠^٣ × $\frac{١}{١٠٠}$ × ٩,٨ − ١٠ × ٩,٨ × (٢٨ + ٥٦)

= (٢٨ + ٥٦) × ١٠^٣ × حـ ومنها : حـ = $\frac{٧}{٢٠٠}$ م / ث^٢

إجابة حاول أن تحل (٦) صفحة ٢٧١

أثرت قوة ثابتة $\overrightarrow{ق}$ على جسيم بحيث كان متجه ازاحته يعطى كدالة فى الزمن ن بالعلاقة : $\overrightarrow{ف} = (٣ ن^{٢} + ن) \overrightarrow{س} - ٤ ن \overrightarrow{ص}$ حيث $\overrightarrow{س}$ ، $\overrightarrow{ص}$ متجها وحدة متعامدين ، أوجد $\overrightarrow{ق}$ إذا كانت قدرة القوة $\overrightarrow{ق}$ تساوى ٧٥ إرج / ث عندما : ن = ٤ ثانية ، و كانت قدرة القوة $\overrightarrow{ق}$ تساوى ١٦٥ إرج / ث عندما : ن = ٩ ثانية ، علماً بأن ف مقاسة بالسنتيمتر ، ق مقيسة بوحدة الأرج

الحل

نفرض أن : $\overrightarrow{ق} = ل \overrightarrow{س} + م \overrightarrow{ص}$

∴ $ش = \overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف} = (ل ، م) \bullet (٢ ن^{٢} + ن ، - ٤ ن)$

$= ل (٣ ن^{٢} + ن) - ٤ م ن$

، ∵ القدرة $= \frac{ء ش}{ء ن} = ل (٦ ن + ١) - ٤ م$

، ∵ القدرة = ٧٥ إرج / ث عندما : ن = ٤ ثانية

∴ ٧٥ = ٢٥ ل − ٤ م　　(١)

، ∵ القدرة = ١٦٥ إرج / ث عندما : ن = ٩ ثانية

∴ ١٦٥ = ٥٥ ل − ٤ م　　(٢)

، بطرح (١) من (٢) ينتج : ل = ٣ ، م = صفر

∴ $\overrightarrow{ق} = ٣ \overrightarrow{س}$

إجابة حاول أن تحل (٧) صفحة ٢٧٢

إذا كانت قوة محرك سيارة تبذل شغلاً بمعدل يعطى خلال الفترة الزمنية ن ∈ [٠ ، ٥] بالعلاقة : $١٤٤ ن - ٢٦ ن^{٢}$ ، و إذا كانت كتلة السيارة ٩٨٠ كجم و سرعتها فى نهاية الثانية الثالثة ٩٠ كم / س فأوجد سرعتها فى نهاية الثانية الرابعة

الحل

∵ قوة محرك سيارة تبذل شغلاً بمعدل $= ١٤٤ ن - ٢٦ ن^{٢}$

∴ قدرة محرك السيارة $= ١٤٤ ن - ٢٦ ن^{٢}$

، ∵ القدرة متغيرة بين كل لحظتين زمنيتين

∴ الشغل $= \int_{ن_{١}}^{ن_{٢}} (\text{القدرة}) \, ء ن = \int_{٣}^{٤} (١٤٤ ن - ٢٦ ن^{٢}) \, ء ن$

$= \left[٧٢ ن^{٢} - \frac{٢٦}{٣} ن^{٣} \right]_{٣}^{٤}$

$= (٧٢ \times ١٦ - \frac{٢٦}{٣} \times ٦٤) - (٧٢ \times ٩ - \frac{٢٦}{٣} \times ٢٧)$

$= ١٣٨ \frac{١}{٣}$ جول

، بفرض سرعة السيارة فى نهاية الثانية الرابعة = ع

، ∵ التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول

∴ $\frac{١}{٢} \times ٩٨٠ (ع^{٢} - (٩٠ \times \frac{٥}{١٨})^{٢}) = ١٣٨ \frac{١}{٣}$

∴ $٤٩٠ (ع^{٢} - ٦٢٥) = ١٣٨ \frac{١}{٣}$

و منها : ع = ٢٥ متر / ث " تقريباً "



حل تمارين (٤ – ٤) صفحة ٢٧٢ بالكتاب المدرسى

أولاً : أكمل

(١) جسيم يتحرك تحت تأثير القوة ق→ = ٣ س→ + ٤ ص→ بحيث كانت ازاحته : ف→ = ن س→ + (ن² + ن) ص→ فإن : قدرة القوة ق→ عند اللحظة ن = ٣ ثانية تساوى .... داين . سم / ث حيث ق بالداين ، ف بالسنتيمتر

الحل

∵ شـ = ق→ • ف→ = (٣ ، ٤) • (ن ، ن² + ن)

= ٣ ن + ٤ ن² + ٤ ن = ٤ ن² + ٧ ن

∴ القدرة = $\frac{\text{دشـ}}{\text{دن}}$ = ٨ ن + ٧

، عندما : ن = ٣ ثانية فإن : القدرة = ٣١ داين . سم / ث

(٢) قطار كتلته ٣٧٥ طن و قدرة محركه ٦٢٥ حصان يتحرك على أرض أفقية بأقصى سرعة له و قدرها ٩٠ كم / س ، فإن المقاومة التى يلاقيها عن كل طن من كتلة القطار = ... ث كجم

الحل

∵ القطار يتحرك بأقصى سرعة له على طريق أفقى ∴ ق = م

، ∵ القدرة = ق ع ∴ ٦٢٥ × ٧٥ = م × ٩٠ × $\frac{٥}{١٨}$

∴ م = ١٨٧٥ ث كجم ، المقاومة لكل طن من الكتلة = $\frac{١٨٧٥}{٣٧٥}$ = ٥ ث كجم

(٣) تتحرك سيارة كتلتها ٤ طن و قدرة محركها ١٠ حصان فى خط مستقيم على أرض أفقية فكانت أقصى سرعة لها و قدرها ٧٥ كم / س ، فإن مقدار مقاومة الطريق لحركة السيارة = ... ث كجم

الحل

∵ السيارة تتحرك بأقصى سرعة له على طريق أفقى ∴ ق = م

، ∵ القدرة = ق ع ∴ ١٠ × ٧٥ = م × ٧٥ × $\frac{٥}{١٨}$ ∴ م = ٣٦ ث كجم

ثانياً : أجب عن الأسئلة الآتية :

(٤) قطار كتلته ١٠٨ طن يتحرك بسرعة منتظمة على طريق أفقى بسرعة ٣٠ كم / س فإذا كانت المقاومات تعادل ١٠,٥ ث كجم لكل طن من كتلته فأوجد قدرة القاطرة بالحصان عندئذ

الحل

∵ القطار يتحرك بسرعة منتظمة على طريق أفقى

∴ ق = م = ١٠,٥ × ١٠٨ = ١١٣٤ ث كجم

∴ القدرة = ق ع = م ع = ١١٣٤ × ٣٠ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٩٤٥٠ ث كجم . م / ث

= ٩٤٥٠ ÷ ٧٥ = ١٢٦ حصان

(٥) قطار قدرة آلته ٥٠٤ حصان و كتلته ٢١٦ طن يتحرك بسرعة على طريق أفقى بأقصى سرعة له ضد مقاومات تعادل ٥ ث كجم لكل طن من الكتلة فأوجد أقصى سرعة له بالكيلومتر / ساعة

الحل

∵ القطار يتحرك بأقصى سرعة على طريق أفقى

∴ ق = م = ٥ × ٢١٦ = ١٠٨٠ ث كجم ، ∵ القدرة = ق ع = م ع

∴ ٥٠٤ × ٧٥ = ١٠٨٠ ع و منها : ع = ٣٥ م / ث = ٣٥ × $\frac{١٨}{٥}$ = ١٢٦ كم / س

(٦) يتحرك منطاد تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع سرعته ، فإذا كانت المقاومة تعادل ٨٠٠ ثقل كجم عندما كانت سرعته ٢٠ كم / س و كانت قدرة المنطاد ٢٠٠ حصان عندما يتحرك بأقصى سرعة له فأوجد هذه السرعة بالكم / ساعة

الحل

بفرض أن : أقصى سرعة = ع كم / س = ع × $\frac{٥}{١٨}$ م / ث

، ∵ القدرة = ق ع ، عند أقصى سرعة فإن : ق = ع

∴ ٢٠٠ × ٧٥ = م × ع × $\frac{٥}{١٨}$ ∴ م = $\frac{٥٤٠٠}{ع}$

، ∵ م ∝ ع^٢ ∴ $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_١^٢}{ع_٢^٢}$

، ∵ $م_٢$ = ٨٠٠ ث كجم عندما : $ع_٢$ = ٢٠ كم / س

∴ $\frac{٥٤٠٠}{٨٠٠ ع} = \frac{ع^٢}{(٢٠)^٢}$ ∴ ع^٣ = ٢٧٠٠٠ ∴ ع = ٣٠ كم / س

(٧) تتحرك سيارة كتلتها ١٥٠٠ كجم و قدرة محركها ١٢٠ حصان على طريق مستقيم أفقى بأقصى سرعة لها و قدرها ٧٢ كم / س ، ما هى أقصى سرعة يمكن لهذه السيارة أن تصعد بها طريقاً مستقيماً منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠}$ علماً بأن المقاومة واحدة على الطريقين ؟

الحل

على الطريق الأفقى :

∵ السيارة تتحرك بأقصى سرعة

∴ ق = م ، ∵ القدرة = ق ع = م ع

∴ ١٢٠ × ٧٥ = ٧٢ × $\frac{٥}{١٨}$ م

∴ م = ٤٥٠ ث كجم = المقاومة على المنحدر

على المنحدر : ق$'$ = م + و حا θ = ٤٥٠ + ١٥٠٠ × $\frac{١}{١٠}$ = ٦٠٠ ث كجم

بفرض أن : أقصى سرعة للسيارة = ع$'$ ، ∵ القدرة = ق$'$ع$'$ = م ع$'$

∴ ١٢٠ × ٧٥ = ٦٠٠ ع$'$ و منها : ع$'$ = ١٥ م / ث = ١٥ × $\frac{١٨}{٥}$ = ٥٤ كم / س

(٨) سيارة كتلتها ٣ طن تسير على طريق أفقى بسرعة منتظمة قدرها ٣٧,٥ كم / س و عندما وصلت إلى قمة منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها ٠,٠٣ أوقف السائق المحرك و تحركت السيارة أسفل المنحدر بسرعتها السابقة ، فإذا كانت مقاومة المنحدر $\frac{٢}{٣}$ مقاومة الطريق الأفقى فأوجد :

أولاً : مقاومة المنحدر بثقل الكيلوجرام

ثانياً : قدرة محرك السيارة على الطريق الأفقى

الحل

بفرض أن : مقاومة الطريق الأفقى = م

∴ مقاومة المنحدر = م$'$ = $\frac{٢}{٣}$ م

على المنحدر : ∵ السائق أوقف المحرك

∴ $\frac{٢}{٣}$ م = و حا θ = ٣ × ١٠^٣ × $\frac{٣}{١٠٠}$ = ٩٠

∴ م = ١٣٥ ث كجم

على الأفقى : ∵ السيارة تتحرك بأقصى سرعة ∴ ق = م = ١٣٥ ث كجم

∴ القدرة = ق ع = م ع = ١٣٥ × $\frac{٣٧٥}{١٠}$ × $\frac{٥}{١٨}$ = ١٤٠٦,٢٥ ث كجم . م / ث

= ١٤٠٦,٢٥ ÷ ٧٥ = ١٨,٧٥ حصان

(٩) تحركت سيارة كتلتها ٦ طن بأقصى سرعة لها و قدرها ٢٧ كم / س صاعدة طريقاً منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠}$ ، عادت السيارة و هبطت على الطريق نفسه بأقصى سرعة لها و قدرها ١٣٥ كم / س ، عين مقدار قوة مقاومة الطريق للحركة بفرض أنه لم يتغير طوال الوقت ، ثم أوجد قدرة محرك السيارة

الحل

عندما تكون السيارة صاعدة المنحدر بأقصى سرعة :

ق = م + و جا θ = م + ٦٠٠٠ × ١/١٠ = م + ٦٠٠

، ∵ القدرة = ق ع

∴ القدرة = (م + ١٠٠) × ٢٧ × ٥/١٨

∴ القدرة = (م + ٦٠٠) × ١٥/٢ (١)

عندما تكون السيارة هابطة المنحدر بأقصى سرعة :

ق/ = م − و جا θ = م − ٦٠٠٠ × ١/١٠ = م − ٦٠٠

، ∵ القدرة = ق/ ع/

∴ القدرة = (م − ٦٠٠) × ١٣٥ × ٥/١٨

∴ القدرة = (م − ٦٠٠) × ٧٥/٢ (٢)

، ∵ القدرة ثابتة ∴ من (١) ، (٢) ينتج :

(م + ٦٠٠) × ١٥/٢ = (م − ٦٠٠) × ٧٥/٢ ، بالضرب ÷ ٢/١٥ ينتج :

∴ م + ٦٠٠ = ٥ م − ٣٠٠٠ و منها : م = ٩٠٠ ث كجم

بالتعويض فى (١) ينتج :

القدرة = (٩٠٠ + ٦٠٠) × ١٥/٢ = ١١٢٥٠ ث كجم . م / ث

= ١١٢٥٠ ÷ ٧٥ = ١٥٠ حصان

(٦) طائرة قدرة محركها ١٣٥٠ حصاناً عندما تتحرك أفقياً بسرعة ثابتة قدرها ٢٧٠ كم / س ، أوجد مقاومة الهواء لحركة الطائرة عندئذ و إذا كانت مقاومة الهواء تتناسب مع مربع سرعتها ، أوجد قدرة قدرة المحرك عندما يسير أفقياً بسرعة ثابتة قدرها ١٨٠ كم / س

الحل

بفرض أن : سرعتى الطائرة فى الحالتين هما : ع١ ، ع٢ كم / س

، ∵ القدرة = ق ع ، الطائرة تتحرك بسرعة ثابتة فى الحالتين

∴ القدرة أولاً = ق١ ع١ = م١ ع١ ∴ ١٣٥٠ × ٧٥ = م١ × ٢٧٠ × ٥/١٨

∴ م١ = ١٣٥٠ ث كجم ، ∵ م ∝ ع²

∴ م١ / م٢ = ع١² / ع٢² ∴ ١٣٥ / م٢ = (٢٧٠)² / (١٨٠)² و منها : م٢ = ٦٠٠ ث كجم

∴ القدرة ثانياً = ق٢ ع٢ = م٢ ع٢ = ٦٠٠ × ١٨٠ × ٥/١٨ = ٣٠٠٠٠ ث كجم . م / ث

= ٣٠٠٠٠ ÷ ٧٥ = ٤٠٠ حصان

(١١) تجر قاطرة قدرة آلتها ٤٠٠ حصان قطاراً بأقصى سرعة لها و قدرها ٧٢ كم / س على أرض أفقية ، أحسب المقاومة لحركة القطار ، إذا كانت كتلة القطار و القاطرة معاً ٢٠٠ طن أوجد أقصى سرعة يصعد بها القطار طريقاً منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها ١/٢٠٠ على فرض أن مقاومة الطريق للحركة لم تتغير

الحل

على الطريق الأفقى :

∵ القاطرة تتحرك بأقصى سرعة

∴ ق = م ، ∵ القدرة = ق ع = م ع

∴ ٤٠٠ × ٧٥ = ٧٢ × ٥/١٨ م

∴ م = ١٥٠٠ ث كجم = المقاومة على المنحدر

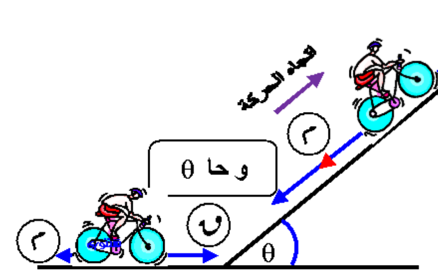
على المنحدر : ق/ = م + و جا θ = ١٥٠٠ + ٢٠٠ × ١٠³ × ١/٢٠٠ = ٢٥٠٠ ث كجم

بفرض أن : أقصى سرعة للقاطرة = ع/ ، ∵ القدرة = ق/ ع/ = م ع/

∴ ٤٠٠ × ٧٥ = ٢٥٠٠ ع/ و منها : ع/ = ١٢ م / ث = ١٢ × ١٨/٥ = ٤٣,٢ كم / س

(١٢) راكب دراجة كتلته مع دراجته ٨٠ كجم و أكبر قدرة له $\frac{٤}{٥}$ حصان فإذا كانت أقصى سرعة له على طريق أفقى هى ١٨ كم / س ، فأحسب مقاومة الطريق بثقل كجم ، و إذا عُلم أنه صعد منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{٣}{٤٠}$ بأقصى سرعة له فأحسب هذه السرعة بالكم / ساعة

الحل



على الطريق الأفقى :

∵ الدراجة تتحرك بأقصى سرعة

∴ ق = م ، ∵ القدرة = ق ع = م ع

∴ $\frac{٤}{٥}$ × ٧٥ = ١٨ × $\frac{٥}{١٨}$ م

∴ م = ١٢ ث كجم = المقاومة على المنحدر

على المنحدر : ق/ = م + و حا θ = ١٢ + ٨٠ × $\frac{٣}{٤٠}$ = ١٨ ث كجم

بفرض أن : أقصى سرعة للدراجة = ع/ ، ∵ القدرة = ق/ ع/ = م ع/

∴ $\frac{٤}{٥}$ × ٧٥ = ١٨ ع/ و منها : ع/ = $\frac{١٠}{٣}$ م / ث = $\frac{١٠}{٣}$ × $\frac{١٨}{٥}$ = ١٢ كم / س

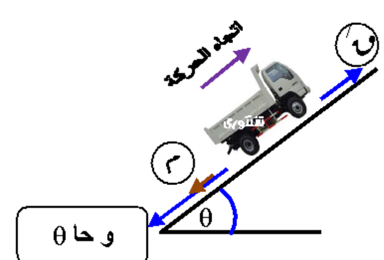
(١٣) عربة نقل كتلتها ٥ طن تتحرك على طريق أفقى بسرعة منتظمة قدرها ١٤٤ كم / س عندما كانت قدرة آلتها ١٢٠ حصان ، أوجد مقاومة الطريق لكل طن من الكتلة بثقل كجم ، و إذا كانت المقاومة تتناسب مع السرعة ، فأوجد قدرة المحرك بالحصان عندما تصعد منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{٣}{٢٠٠}$ بسرعة منتظمة قدرها ٩٦ كم / س



الحل

على الطريق الأفقى :

∵ العربة تتحرك بسرعة منتظمة



∴ ق = م ، ∵ القدرة = ق ع = م ع

∴ ١٢٠ × ٧٥ = ١٤٤ × $\frac{٥}{١٨}$ م

∴ م = ٢٢٥ ث كجم

∴ المقاومة لكل طن من الكتلة = ٢٢٥ ÷ ٥

= ٤٥ ث كجم / طن ، ∵ م ∝ ع

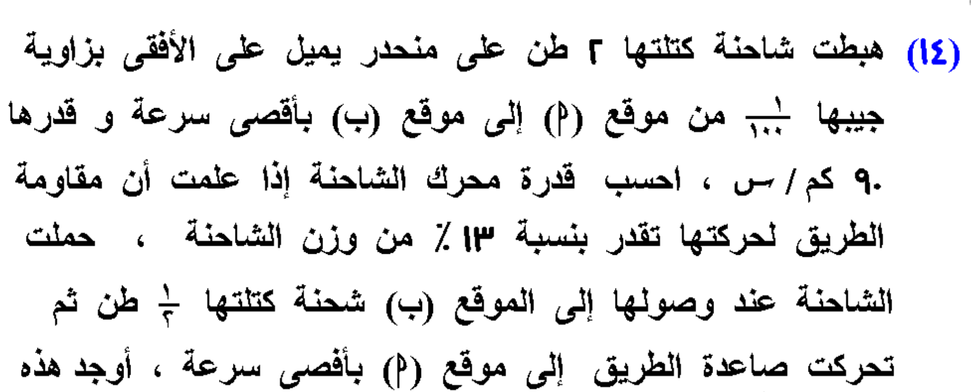
∴ $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_١}{ع_٢}$ ∴ $\frac{٢٢٥}{م_٢} = \frac{١٤٤}{٩٦}$ و منها : $م_٢$ = ١٥٠ ث كجم

على المنحدر : ق/ = م + و حا θ = ١٥٠ + ٥ × $١٠^٣$ × $\frac{٣}{٢٠٠}$ = ٢٢٥ ث كجم

∴ القدرة = $ق_٢ ع_٢ = م_٢ ع_٢$ = ٢٢٥ × ٩٦ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٦٠٠٠ ث كجم . م / ث

= ٦٠٠٠ ÷ ٧٥ = ٨٠ حصان

(١٤) هبطت شاحنة كتلتها ٢ طن على منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠٠}$ من موقع (أ) إلى موقع (ب) بأقصى سرعة و قدرها ٩٠ كم / س ، احسب قدرة محرك الشاحنة إذا علمت أن مقاومة الطريق لحركتها تقدر بنسبة ١٣ ٪ من وزن الشاحنة ، حملت الشاحنة عند وصولها إلى الموقع (ب) شحنة كتلتها $\frac{١}{٢}$ طن ثم تحركت صاعدة الطريق إلى موقع (أ) بأقصى سرعة ، أوجد هذه السرعة إذا ظلت المقاومة على نفس نسبتها من الوزن



الحل

الشاحنة هابطة المنحدر بأقصى سرعة :

∵ ق = م − و حا θ = $\frac{١٣}{١٠٠}$ × ٢ × $١٠^٣$ −

٢ × $١٠^٣$ × $\frac{١}{١٠٠}$ = ٢٤٠ ث كجم

∴ القدرة = ق ع = م ع = ٢٤٠ × ٩٠ × $\frac{٥}{١٨}$

∴ القدرة = ٦٠٠٠ ث كجم . م / ث = ٦٠٠٠ ÷ ٧٥ = ٨٠ حصان

الشاحنة صاعدة المنحدر بأقصى سرعة :

ق′ = م + و حا θ = $\frac{١٣}{١٠٠}$ × (٢ + $\frac{١}{٢}$) × ١٠^٣

− (٢ + $\frac{١}{٢}$) × ١٠^٣ × $\frac{١}{١٠٠}$ = ٣٥٠ ث كجم

∴ القدرة = ق′ ع′ = م′ ع′ = ٣٥٠ ع′

∴ ٨٠ × ٧٥ = ٣٥٠ ع′

و منها : ع′ = ١٧ $\frac{١}{٧}$ م / ث = ١٧ $\frac{١}{٧}$ × $\frac{١٨}{٥}$ = ٦١ $\frac{٥}{٧}$ كم / س

(١٥) قطار كتلته (ك) طن يتحرك على طريق أفقى بأقصى سرعة و قدرها ٦٠ كم / س ، فُصلت منه العربة الأخيرة و كتلتها ١٥ طن فزادت أقصى سرعة له بمقدار ٧,٥ كم / س ، أوجد قدرة الآلة بالحصان ، و كذلك كتلة القطار ، علماً بأن المقاومة تساوى ٩ ثقل كجم عن كل طن من الكتلة

الحل

قبل فصل العربة :

∵ القطار يتحرك بأقصى سرعة على طريق أفقى

∴ القدرة = ق ع = م ع = ٩ ك × ٦٠ × $\frac{٥}{١٨}$ = ١٥٠ ك   (١)

بعد فصل العربة :

∵ القطار يتحرك بأقصى سرعة على طريق أفقى

∴ القدرة = ق′ ع′ = م′ ع′

= ٩ (ك − ١٥) × (٦٠ + ٧,٥) × $\frac{٥}{١٨}$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج : ١٥٠ ك = ١٦٨,٧٥ ك − ٢٥٣١,٢٥

∴ ١٨,٧٥ ك = ٢٥٣١,٢٥   ∴ ك = ١٣٥ طن

∴ القدرة = ١٥٠ × ١٣٥ = ٢٠٢٥٠ ث كجم . م / ث = ٢٠٢٥٠ ÷ ٧٥ = ٢٧٠ حصان

(١٦) جسيم يتحرك تحت تأثير القوة $\overleftarrow{ق}$ = ٣ $\overleftarrow{س}$ + ٤ $\overleftarrow{ص}$ و كان متجه ازاحته $\overleftarrow{ف}$ يعطى كدالة فى الزمن ن بالعلاقة :

$\overleftarrow{ف}$ = ن $\overleftarrow{س}$ + ($\frac{١}{٢}$ ن^٢ + ن) $\overleftarrow{ص}$ ، أوجد إذا كانت ق مقيسة بالنيوتن ، ف بالمتر ، ن بالثانية أوجد :

(أ) الشغل المبذول خلال الثوانى الثلاث الأولى

(ب) متوسط القدرة خلال الثوانى الثلاث الأولى

(حـ) قدرة القوة $\overleftarrow{ق}$ عند ن = ٣ ث

الحل

∵ ش = $\overleftarrow{ق}$ • $\overleftarrow{ف}$ = (٣ ، ٤) • (ن ، $\frac{١}{٢}$ ن^٢ + ن) = ٢ ن^٢ + ٧ ن

(أ) ∵ عندما : ن = ٠   فإن : ش = ٠

، عندما : ن = ٣   فإن : ش = ٢ × ٩ + ٧ × ٣ = ٣٩

∴ الشغل المبذول خلال الثوانى الثلاث الأولى = ٣٩ − ٠ = ٣٩ جول

(ب) متوسط القدرة = $\frac{ش}{\Delta ن}$ = $\frac{٣٩}{٣}$ = ١٣ وات

(حـ) ∵ القدرة = $\frac{ء ش}{ء ن}$ = ٤ ن + ٧

∴ عندما : ن = ٣ ثانية فإن : القدرة = ٤ × ٣ + ٧ = ١٩ وات

(١٧) يتحرك جسيم تحت تأثير القوة $\overleftarrow{ق}$ = (٢ ن − ١) $\overleftarrow{س}$ + (٥ ن + ٢) $\overleftarrow{ص}$ بحيث كان متجه ازاحته يعطى كدالة فى الزمن من العلاقة : $\overleftarrow{ف}$ = (٣ ن^٢ + ن) $\overleftarrow{س}$ + ٤ ن $\overleftarrow{ص}$ أوجد إذا كانت ق مقيسة بالنيوتن ، ف بالمتر ، ن بالثانية

(أ) الشغل المبذول خلال الثوانى الثالثة و الرابعة و الخامسة

(ب) القدرة المتوسطة خلال الثوانى الثالثة و الرابعة و الخامسة

(حـ) قدرة القوة عند ن = ٥ ث

الحل

∵ ع⃖ = ءف⃖ / ءن = (٦ن + ١ ، ٤)

∴ القدرة = ق⃖ • ع⃖ = (٢ن – ١ ، ٢ن + ٥) • (٦ن + ١ ، ٤)

= ١٢ن٢ + ١٦ن + ٧

(أ) الشغل المبذول خلال الثواني الثالثة و الرابعة و الخامسة = ∫_٢^٥ (القدرة) ءن

= ∫_٢^٥ (١٢ن٢ + ١٦ن + ٧) ءن = [٤ن٣ + ٨ن٢ + ٧ن]_٢^٥

= (٥٠٠ + ٢٠٠ + ٣٥) – (٣٢ + ٣٢ + ١٤) = ٦٥٧ جول

(ب) القدرة المتوسطة = ش / ∆ن = ٦٥٧ ÷ ٣ = ١٣ وات

(حـ) عندما : ن = ٥ ثانية فإن : القدرة = ٣٨٧ وات

(١٨) جسم كتلته ٣ كجم يتحرك تحت تأثير قوة ق⃖ و كان متجه موضع الجسم عند أى لحظة زمنية ن يعطى بالعلاقة : س⃖ (ن) = ن٣ س⃖ + ن٢ ص⃖ حيث س مقيسة بالمتر ، ق بالنيوتن ، ن بالثانية أوجد :

(أ) القوة المؤثرة ق⃖ بدلالة ن

(ب) قدرة القوة ق⃖ بدلالة الزمن ن

(حـ) الشغل المبذول من القوة ق⃖ خلال الفترة الزمنية ٠ ≤ ن ≤ ٢

الحل

∵ ع⃖ = ءس⃖ / ءن = (٣ن٢ ، ٢ن) ، جـ⃖ = ءع⃖ / ءن = (٦ن ، ٢)

(أ) ق⃖ = ك جـ⃖ = ٣ (٦ن ، ٢) = (١٨ن ، ٦)

(ب) القدرة = ق⃖ • ع⃖ = (١٨ن ، ٦) • (٣ن٢ ، ٢ن)

∴ القدرة = ٥٤ن٣ + ١٢ن

(حـ) الشغل = ∫_٠^٢ (القدرة) ءن = ∫_٠^٢ (٥٤ن٣ + ١٢ن) ءن

= [٥٤/٤ ن٤ + ٦ن٢]_٠^٢ = (٢١٦ + ٢٤) – (٠) = ٢٤٠ جول

(١٩) إذا كانت قدرة آلة (بالحصان) تساوى (٦ن – ١/٢٠ ن٢) حيث ن الزمن بالثوانى ، ن ∈ [٠ ، ١٢٠] أوجد :

(أ) قدرة الآلة عندما : ن = ٩٠

(ب) الشغل المبذول خلال الفترة [٠ ، ٣٠]

(حـ) أقصى قدرة للآلة

الحل

(أ) عندما : ن = ٩٠ فإن : القدرة = ٦ × ٩٠ – ١/٢٠ × ٨١٠٠ = ١٣٥ حصان

(ب) الشغل المبذول خلال الفترة [٠ ، ٣٠] = ∫_٠^٣٠ (القدرة × ٧٥) ءن

= ٧٥ × ∫_٠^٣٠ (٦ن – ١/٢٠ ن٢) ءن = ٧٥ × [٣ن٢ – ١/٦٠ ن٣]_٠^٣٠

= ٧٥ × ((٢٧٠٠ – ٤٥٠) – (٠)) = ١٦٨٧٥٠ ث كجم . م

(حـ) أقصى قدرة للآلة تكون عندما : ء / ءن (القدرة) = صفر

أى عندما : ٦ – ١/١٠ ن = ٠ و منها : ن = ٦٠

∴ أقصى القدرة = ٦ × ٦٠ – ١/٢٠ × ٣٦٠٠ = ١٨٠ حصان

(٢٠) جسيم كتلته ٥ كجم يتحرك تحت تأثير قوة ق⃖ بحيث كان متجه موضعه يعطى بالعلاقة : س (ن) = ن س⃖ + ن٢ ص⃖ ، إذا كانت ق مقيسة بالنيوتن ، س بالمتر فأوجد مستخدماً التكامل الشغل المبذول من القوة ق فى الفترة [٠ ، ٢]

الحل

∵ $\vec{ع}$ = $\frac{دس}{دن}$ = (١ ، ٢ن) ، $\vec{ح}$ = $\frac{د\vec{ع}}{دن}$ = (٠ ، ٢)

∴ $\vec{ق}$ = ك $\vec{ح}$ = ٥ (٠ ، ٢) = (٠ ، ١٠)

، القدرة = $\vec{ق}$ • $\vec{ع}$ = (٠ ، ١٠) • (١ ، ٢ن) = ٢٠ ن

∴ الشغل = ∫ (القدرة) دن = ∫ (٢٠ ن) دن

= [١٠ن²] = (٤٠٠) − (٠) = ٤٠٠ جول

(٢١) جسيم كتلته ٣ كجم يتحرك تحت تأثير قوة $\vec{ق}$ بحيث كان متجه سرعته $\vec{ع}$ يعطى بالعلاقة : $\vec{ع}$ = (١ − حا ٢ن) $\vec{س}$ + (− ١ + حتا ٢ن) $\vec{ص}$ إذا كانت ق مقيسة بالنيوتن ، ع بوحدة م/ث فأوجد :

(أ) القوة $\vec{ق}$ بدلالة الزمن ن

(ب) طاقة الحركة $ط_ع$ عند الزمن ن

(ج) أثبت أن معدل تغير $ط_ع$ يساوى القدرة الناتجة عن القوة $\vec{ق}$

الحل

$\vec{ح}$ = $\frac{د\vec{ع}}{دن}$ = (−٢ حتا ٢ن ، −٢ حا ٢ن)

(أ) $\vec{ق}$ = ك $\vec{ح}$ = ٣ (−٢ حتا ٢ن ، −٢ حا ٢ن)

= (−٦ حتا ٢ن ، −٦ حا ٢ن)

(ب) ع² = $\vec{ع}$ • $\vec{ع}$

= (١ − حا ٢ن ، −١ + حتا ٢ن) • (١ − حا ٢ن ، −١ + حتا ٢ن)

= ١ − ٢ حا ٢ن + حا² ٢ن + ١ − ٢ حتا ٢ن + حتا² ٢ن

= ٢ − ٢ حا ٢ن − ٢ حتا ٢ن + (حا² ٢ن + حتا² ٢ن)

ع² = ٢ − ٢ حا ٢ن − ٢ حتا ٢ن + ١

= ٣ − ٢ حا ٢ن − ٢ حتا ٢ن

∴ طاقة الحركة $ط_ع$ = ½ ك ع²

= ½ × ٣ × (٣ − ٢ حا ٢ن − ٢ حتا ٢ن)

= ٩/٢ − ٣ حا ٢ن − ٣ حتا ٢ن

(ج) معدل تغير $ط_ع$ = $\frac{دط_ع}{دن}$ = − ٦ حتا ٢ن + ٦ حا ٢ن (١)

، ∵ القدرة = $\vec{ق}$ • $\vec{ع}$ = (−٦ حتا ٢ن ، −٦ حا ٢ن) • (١ − حا ٢ن ، −١ + حتا ٢ن)

= − ٦ حتا ٢ن + ٦ حا ٢ن حتا ٢ن

+ ٦ حا ٢ن − حا ٢ن حتا ٢ن

= − ٦ حتا ٢ن + ٦ حا ٢ن (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن :

معدل تغير $ط_ع$ يساوى القدرة الناتجة عن القوة $\vec{ق}$

حل تمارين عامة صفحة ٢٧٥ بالكتاب المدرسى

(١) قذف جسيم كتلته ٢٠٠ جم إلى أعلى مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{٨}{٤٩}$ و فى اتجاه خط أكبر ميل بسرعة ٣٠ سم / ث احسب التغير الذى يطرأ على طاقة وضع هذا الجسيم عندما تصبح سرعته ١٨ سم / ث

الحل

∵ $ط_م$ + $ض_م$ = $ط_ب$ + $ض_ب$

∵ $ط_م$ = $\frac{١}{٢}$ ك $ع_م^٢$ = $\frac{١}{٢}$ × ٢٠٠ × (٣٠)^٢ = ٩٠٠٠٠ إرج

، $ط_ب$ = $\frac{١}{٢}$ ك $ع_ب^٢$ = $\frac{١}{٢}$ × ٢٠٠ × (١٨)^٢ = ٣٢٤٠٠ إرج

، ∵ $ط_م$ + $ض_م$ = $ط_ب$ + $ض_ب$

∴ $ض_ب$ − $ض_م$ = $ط_م$ − $ط_ب$ = ٩٠٠٠٠ − ٣٢٤٠٠ = ٥٧٦٠٠ إرج

(٢) أثرت قوة مقدارها ٤٨ ث جم على جسم ساكن موضوع على مستوى أفقى لفترة زمنية فأكتسب الجسم فى نهايتها طاقة حركة قدرها ١٨٩٠٠ ث جم . سم ، بلغت كمية حركته عندئذ ١٧٦٤٠٠ جم . سم / ث ثم رفعت القوة فعاد الجسم إلى السكون مرة أخرى بعد أن قطع مسافة ١٠,٥ متر من لحظة رفع القوة أوجد كتلة الجسم و مقدار مقاومة المستوى لحركته بفرض ثبوتها كذلك أوجد زمن تأثير القوة

الحل

∵ ط = $\frac{١}{٢}$ ك $ع^٢$ ∴ ١٨٩٠٠ × ٩٨٠ = $\frac{١}{٢}$ ك $ع^٢$ (١)

، ∵ م = ك ع ∴ ١٧٦٤٠٠ = ك ع (٢)

بقسمة (١) ÷ (٢) ينتج : ع = ٢١٠ سم / ث

بالتعويض فى (١) ينتج : ك = ٨٤٠ جم

بعد رفع القوة :

ط − ط. = − م × ف

∴ ٠ − ١٨٩٠٠ × ٩٨٠ = − م × ١٠٥٠

و منها : م = ١٧٦٤٠ داين = ١٧٦٤٠ ÷ ٩٨٠ = ١٨ ث جم

أثناء تأثير القوة :

ك حـ = ق − م

∴ ٨٤٠ حـ = ٤٨ × ٩٨٠ − ١٨ × ٩٨٠

و منها : حـ = ٣٥ سم / ث^٢

، ع = ع. + حـ ن ∴ ٢١٠ = ٠ + ٣٥ ن و منها : ن = ٦ ث

حل آخر لايجاد زمن تأثير القوة

∵ (ق − م) × ن = ك (ع − ع.)

∴ (٤٨ − ١٨) × ٩٨٠ × ن = ٨٤٠ (٢١٠ − ٠) و منها : ن = ٦ ث

(٣) سيارة كتلتها ١٨٠٠ كجم يتحرك على طريق أفقى بسرعة ثابتة قدرها ٥٤ كم / س فإذا كان مقدار المقاومة لحركة السيارة يعادل ٠,٢٥ من وزن السيارة فأوجد قدرة الآلة فى هذه الحالة بالحصان

الحل

∵ السيارة تتحرك بسرعة ثابتة على طريق أفقى

∴ ق = م = ٠,٢٥ × ١٨٠٠ = ٤٥٠ ث كجم

∴ القدرة = ق ع = م ع = ٤٥٠ × ٥٤ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٦٧٥٠ ث كجم . م / ث

= ٦٧٥٠ ÷ ٧٥ = ٩٠ حصان

(٤) تسقطت مطرقة كتلتها طن واحد من ارتفاع ٤,٩ متر رأسياً على جسم حديدى كتلته ٤٠٠ كجم فدكته رأسياً فى الأرض مسافة ١٠ سم

عين السرعة المشتركة للمطرقة و الجسم بعد الاصطدام مباشرة ، الطاقة المفقودة نتيجة التصادم ، و مقدار مقاومة الأرض بفرض ثبوتها

الحل

سرعة المطرقة قبل التصادم بالجسم مباشرة :

ع² = ع٠² + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٤,٩

و منها : ع = ٩,٨ م / ث

أولاً : عند التصادم : نعتبر أن اتجاه سرعة المطرقة قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم مباشرة ع

∵ ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = (ك١ + ك٢) ع

∴ ١٠٠٠ × ٩,٨ − ٤٠٠ × ٠ = ١٤٠٠ ع

و منها : ع = ٧ م / ث فى اتجاه حركة المطرقة

ثانياً : طاقة الحركة المفقودة = طاقة الحركة قبل التصادم − طاقة الحركة بعد التصادم

∴ طاقة الحركة المفقودة = [(½ × ١٠٠٠ × (٩,٨)²) + ½ × ٤٠٠ × (٠)²]

− (½ × ١٤٠٠ × (٧)²) = ٤٨٠٢٠ − ٣٤٣٠٠ = ١٣٧٢٠ جول

ثالثاً : متوسط مقاومة الأرض :

∵ ط − ط٠ = (ك ء − م) × ف

∴ ٠ − ½ × ١٤٠٠ × (٧)² = (١٤٠٠ × ٩,٨ − م) × ٠,١

∴ − ٣٤٣٠٠ = ١٣٧٢ − ٠,١ م

و منها : م = ٣٥٦٧٢٠ نيوتن = ٣٥٦٧٢٠ ÷ ٩,٨ = ٣٦٤٠٠ ث كجم

(٥) مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها ١/٩٨ قذف عليه جسم كتلته ٢ كجم فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى و لأعلى بسرعة ١,٤ م / ث ، احسب الشغل المبذول من الوزن حتى يسكن لحظياً

الحل



∵ ش = ط ب − ط م

، الجسم يتحرك تحت تأثير وزنه فقط

∴ الشغل المبذول من الوزن = ط ب − ط م

= ½ × ٢ × (٠ − (١,٤)²) = − ١,٩٦ جول

حل آخر

∵ المستوى أملس ، الجسم يتحرك تحت تأثير وزنه فقط

∴ ح = − ء جا θ = − ٩,٨ × ١/٩٨ = − ٠,١ م / ث²

، ∵ ع² = ع٠² + ٢ ح ف ∴ ٠ = (١,٤)² + ٢ × (− ٠,١) ف

و منها : ف = ٩,٨ م

∴ الشغل المبذول من الوزن = − ك ء ف جا θ = − ٢ × ٩,٨ × ٩,٨ × ١/٩٨

= − ١,٩٦ جول

(٦) يتحرك جسم كتلته ٢ كجم تحت تأثير قوة ثابتة :

ق→ = ٤ س→ + ٨ ص→ حيث ق مقيسة بالنيوتن ، فإذا بدأ الجسم حركته من السكون من نقطة متجه الموضع عندها : ٢ س→ + ٥ ص→ ، فأوجد متجه موضع الجسيم بعد ٣ ثوان ، أوجد أيضاً مقدار الشغل الذى بذلته هذه القوة خلال هذه الفترة الزمنية ، و أوجد القدرة المتولدة عندما ن = ٣ ث

الحل

∵ ق→ = ك ح→ ∴ (٤ ، ٨) = ٢ ح→ ∴ ح→ = (٢ ، ٤)

، ∵ ع→ = ∫ ح→ ءن ∴ ع→ = (٢ن ، ٤ن) + ث

، ∵ الجسم بدأ الحركة من السكون ∴ ث = ٠

∴ $\vec{ع}$ = (٢ن ، ٤ن)

، ∵ $\vec{س}$ = ∫ $\vec{ع}$ ءن ∴ $\vec{س}$ = (ن² ، ٢ن²) + ث

، ∵ عندما : ن = ٠ يكون : $\vec{س}$ = (٢ ، ٥)

∴ $\vec{س}$ = (ن² ، ٢ن²) + (٢ ، ٥) = (ن² + ٢ ، ٢ن² + ٥)

، عندما : ن = ٣ فإن : $\vec{س}$ = (١١ ، ٢٣)

، ∵ $\vec{ف}$ = $\vec{س}$ − $\vec{س}_.$ = (ن² ، ٢ن²)

∴ شغ = $\vec{ق}$ • $\vec{ف}$ = (٤ ، ٨) • (ن² ، ٢ن²) = ٢٠ ن²

∵ عندما : ن = ٠ فإن : شغ = ٠

، عندما : ن = ٣ فإن : شغ = ٢٠ × ٩ = ١٨٠

∴ الشغل المبذول خلال الثوانى الثلاث الأولى = ١٨٠ − ٠ = ١٨٠ جول

∵ القدرة = $\frac{ءشغ}{ءن}$ = ٤٠ ن

∴ عندما : ن = ٣ ثانية فإن : القدرة = ٤٠ × ٣ = ١٢٠ وات

(٧) راكب دراجة كتلته هو و الدراجة ٩٨ كجم يتحرك على طريق أفقية خشنة فبلغت سرعته أقصى قيمة لها و قدرها ٧,٥ م / ث² بعد زمن قدره دقيقة واحدة ، و عندما أوقف حركة ساقيه على بدال الدراجة سكنت الدراجة بعد أن قطعت مسافة قدرها ١٥ متراً ، احسب أقصى قدرة لهذا الرجل خلال هذه الرحلة بالحصان

الحل

بعد إيقاف حركة الساقين :

∵ ط − ط. = − م ف

∴ ٠ − ½ × ٩٨ × (٧,٥)²

= − م × ١٥

∴ م = ١٨٣,٧٥ نيوتن = ١٨٣,٧٥ ÷ ٩,٨ = ١٨,٧٥ ث كجم

أثناء تأثير القوة المحركة للدراجة :

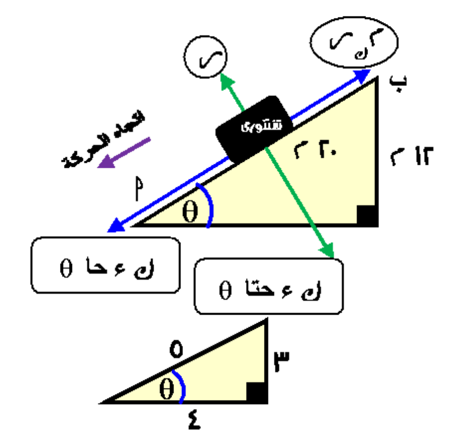
∵ ع = ع. + حـ ن ∴ ٧,٥ = ٠ + حـ × ٦٠ و منها : حـ = ⅛ م / ث²

، ∵ ق − م = ك حـ ∴ ق − ١٨٣,٧٥ = ٩٨ × ⅛ ∴ ق = ١٩٦ نيوتن

∴ القدرة = ق ع = ١٩٦ × ٧,٥ = ١٤٧٠ وات = ١٤٧٠ ÷ ٣٧٥ = ٢ حصان

(٨) يهبط جسم كتلته ٦٠ كجم من السكون على خط أكبر ميل لمستوى مائل طوله ٢٠ متراً و ارتفاعه ١٢ متراً ، فإذا الجسم الحركة من أعلى نقطة فى المستوى ، و كان معامل الاحتكاك بين الجسم و المستوى $\frac{٣}{١٦}$ ، فأوجد طاقة حركة الجسم عندما يصل إلى قاعدة المستوى

الحل



∵ ر = ك ء جتا θ

= ٦٠ × ٩,٨ × $\frac{٤}{٥}$ = ٤٧٠,٤ نيوتن

، ∵ $ض_ب$ − $ض_م$ = $ط_م$ − $ط_ب$ + $شغ_م$

∴ ٦٠ × ٩,٨ × ١٢ − ٠

= $ط_م$ − ٠ + $\frac{٣}{١٦}$ × ٤٧٠,٤ × ٢٠

و منها : $ط_م$ = ٥٢٩٢ جول

(٩) وُضع جسم كتلته ٥ كجم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية ظلها $\frac{٧}{٢٤}$ و أثرت عليه قوة فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى فحركته لأعلى المستوى بسرعة منتظمة مسافة ٧٥ سم ، فإذا كان معامل الاحتكاك بين الجسم و المستوى هو $\frac{٥}{١٢}$ فأوجد :

(أ) مقدار الشغل المبذول ضد مقاومة المستوى

(ب) مقدار الشغل المبذول من القوة

الحل

(أ) ∵ ر = ك ء حتا θ

= ٥ × ٩,٨ × $\frac{٢٤}{٢٥}$ = ٤٧,٠٤ نيوتن

∴ كـ = مك ر = $\frac{٥}{١٢}$ × ٤٧,٠٤

= ١٩,٦ نيوتن

∴ الشغل ضد مقاومة المستوى = كـ × ف

= ١٩,٦ × ٠,٧٥ = ١٤,٧ جول

(ب) ∵ الجسم يتحرك بسرعة منتظمة

∴ ق = مك ر + ك ء جا θ

= $\frac{٥}{١٢}$ × ٤٧,٠٤ + ٥ × ٩,٨ × $\frac{٧}{٢٥}$ = ٣٣,٣٢ نيوتن

∴ الشغل من القوة = ق × ف

= ٣٣,٣٢ × ٠,٧٥ = ٢٤,٩٩ جول

(١٠) محرك سيارة يبذل شغلاً بمعدل ثابت قدره ٥ كيلووات و كتلة السيارة ١٢٠٠ كجم ، فإذا كانت السيارة تسير على طريق أفقى ضد مقاومات ثابتة مقدارها ٣٢٥ نيوتن فأوجد :

(أ) مقدار عجلة حركة السيارة عندما تكون سرعتها ٨ م / ث

(ب) أقصى سرعة للسيارة

الحل

∵ القدرة = المعدل الزمنى لبذل الشغل

∴ القدرة = ٥ × ١٠٠٠ = ٥٠٠٠ وات

(أ) ∵ القدرة = ق ع ∴ ٥٠٠٠ = ٨ ق

و منها : ق = ٦٢٥ نيوتن

، ∵ السيارة تسير على طريق أفقى

∴ معادلة حركة السيارة هى : ق − م = ك حـ

∴ ٦٢٥ − ٣٢٥ = ١٢٠٠ حـ و منها : حـ = $\frac{١}{٤}$ م / ث²

(ب) ∵ السيارة تسير على طريق أفقى

∴ عند أقصى سرعة للسيارة فإن : ق = م

∴ القدرة = ق ع = م ع ∴ ٥٠٠٠ = ٣٢٥ ع و منها : ع = $\frac{٢٠٠}{١٣}$ م / ث

(١١) تتحرك سيارة كتلتها ٥ طن بسرعة منتظمة مقدارها ٣٦ كم / س صاعدة منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{٤٠}$ ضد مقاومات تعادل ٢,٥ ٪ من وزن السيارة ، أوجد قدرة محرك السيارة عندئذ بالحصان ، و إذا زادت قدرة المحرك فجأة إلى ٥٠ حصان ، فأوجد مقدار عجلة السيارة بعدها مباشرة

الحل

∵ السيارة تصعد المنحدر بسرعة منتظمة

∴ ق = م + ك ء جا θ

، ∵ م = $\frac{٢٥}{١٠٠٠}$ × ٥٠٠٠ = ١٢٥ ث كجم

∴ ق = ١٢٥ + ٥٠٠٠ × ٩,٨ × $\frac{١}{٤٠}$ = ٢٥٠ ث كجم

∴ القدرة = ق ع = ٢٥٠ × ٣٦ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢٥٠٠ ث كجم . م / ث

= ٢٥٠٠ ÷ ٧٥ = ٣٣ $\frac{١}{٣}$ حصان

بعد زيادة القدرة :

∵ القدرة = ق/ ع ∴ ٥٠ × ٧٥ = ق/ × ٣٦ × $\frac{٥}{١٨}$

و منها : ق/ = ٣٧٥ ث كجم ، ∵ ق/ − م − ك ء جا θ = ك حـ

∴ ٣٧٥ × ٩,٨ − ١٢٥ × ٩,٨ − ٥٠٠٠ × ٩,٨ × $\frac{١}{٤٠}$ = ٥٠٠٠ حـ

و منها : حـ = $\frac{٤٩}{٢٠٠}$ م / ث²

(١٢) يتحرك قطار بسرعة ثابتة مقدارها ٧٢ كم / س ، فُصلت منه العربة الأخيرة و كتلتها ١٦ طن فزادت سرعة القطار إلى ٩٦ كم / س ، إذا كانت قدرة آلات القطار ثابتة فأوجد قدرة الآلة و كتلة القطار علماً بأن القطار يلاقى مقاومة ثابتة قدرها ٦ ثقل كجم لكل طن من الكتلة المتحركة

الحل

نفرض أن كتلة القطار = ك طن

قبل فصل العربة :

∵ القطار يتحرك بسرعة ثابتة

∴ القدرة = ق ع = م ع = ٦ ك × ٧٢ × ٥/١٨ = ١٢٠ ك (١)

بعد فصل العربة :

∵ القطار يتحرك بسرعة ثابتة

∴ القدرة = ق' ع' = م' ع'

= ٦ (ك − ١٦) × ٩٦ × ٥/١٨ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج : ١٢٠ ك = ١٦٠ ك − ٢٥٦٠

∴ ٤٠ ك = ٢٥٦٠ ∴ ك = ٦٤ طن

∴ القدرة = ١٢٠ × ٦٤ = ٧٦٨٠ ث كجم . م / ث = ٧٦٨٠ ÷ ٧٥ = ١٠٢,٤ حصان

(١٣) جسيم يتحرك على خط مستقيم تحت تأثير القوة ق (نيوتن) حيث ق = ١/٥ س (نيوتن) حيث س بالمتر هو بُعد الجسيم عن نقطة أصل ثابتة على الخط المستقيم ، أوجد الشغل المبذول من ق فى من الحالات الآتية :

(أ) عندما يتحرك الجسيم من س = ٠ إلى س = ١٠

(ب) عندما يتحرك الجسيم من س = ١ إلى س = ٥

الحل

(أ) ش = $\int_{0}^{10}$ ق ء س = $\int_{0}^{10}$ (١/٥ س) ء س

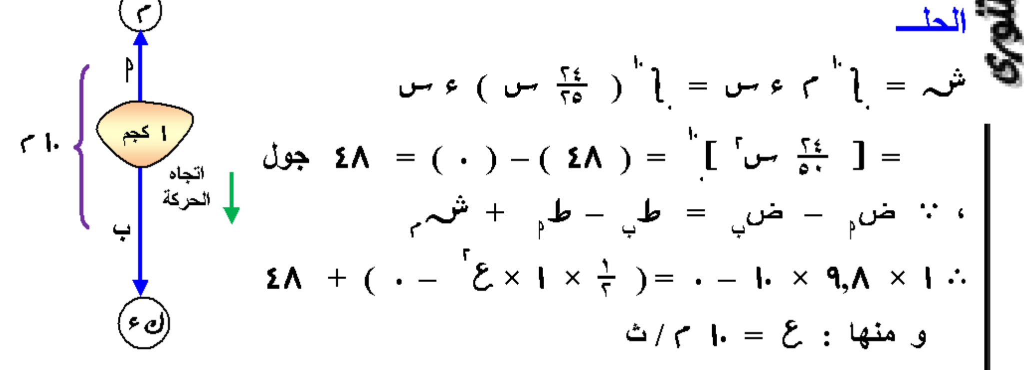
= [١/١٠ س²]$_{0}^{10}$ = (١٠) − (٠) = ٠ جول

(ب) ش = $\int_{1}^{5}$ ق ء س = $\int_{1}^{5}$ (١/٥ س) ء س

= [١/١٠ س²]$_{1}^{5}$ = (٥/٢) − (١/١٠) = ٢,٤ جول

(١٤) سقط جسم كتلته ١ كجم من السكون إلى أسفل تحت تأثير عجلة الجاذبية ضد مقاومات قدرها ٢٤/٢٥ س (نيوتن) حيث س بعد الجسم عن نقطة السقوط بالمتر عند أى لحظة ، أوجد الشغل من الجسم ضد المقاومة منذ لحظة سقوطه حتى يقطع مسافة ١٠ متر أسفل نقطة السقوط و أوجد سرعته عند هذه اللحظة

الحل



ش = $\int_{0}^{10}$ م ء س = $\int_{0}^{10}$ (٢٤/٢٥ س) ء س

= [٢٤/٥٠ س²]$_{0}^{10}$ = (٤٨) − (٠) = ٤٨ جول

، ∵ ض$_{أ}$ − ض$_{ب}$ = ط$_{ب}$ − ط$_{أ}$ + ش$_{م}$

∴ ١ × ٩,٨ × ١٠ − ٠ = (١/٢ × ١ × ع² − ٠) + ٤٨

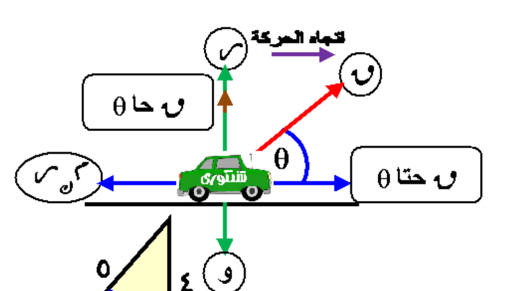
و منها : ع = ١٠ م / ث

(١٥) قوة ثابتة مقدارها ق تميل على الأفقى بزاوية ظلها ٤/٣ تجر سيارة معطلة كتلتها ١٤٠٠ كجم بسرعة منتظمة قدرها ٢٢,٥ م / ث على طريق أفقى خشن فإذا كان معامل الاحتكاك بين الطريق و السيارة ٠,٣ فأوجد :

(أ) قدرة القوة فى هذه الحالة

(ب) الشغل المبذول من القوة لتحريك السيارة لمدة دقيقة واحدة

الحل



∵ م + ق حا θ = و

∴ م + ق × $\frac{٤}{٥}$ = ١٤٠٠

∴ م = ١٤٠٠ − $\frac{٤}{٥}$ ق (١)

، ∵ السرعة منتظمة

∴ ق حتا θ = مك م

∴ ق × $\frac{٣}{٥}$ = ٠,٣ م ، بالتعويض من (١) ينتج :

$\frac{٣}{٥}$ ق = ٠,٣ × (١٤٠٠ − $\frac{٤}{٥}$ ق)

∴ $\frac{٣}{٥}$ ق = ٤٢٠ − $\frac{٦}{٢٥}$ ق و منها : ق = ٥٠٠ ث كجم

(أ) ∵ القدرة = ق ع

∴ القدرة = ٥٠٠ × ٢٢,٥ = ١١٢٥٠ ث كجم . م / ث

= ١١٢٥٠ ÷ ٧٥ = ١٥٠ حصان

(ب) ∵ السرعة منتظمة ∴ ف = ع ن = ٢٢,٥ × ٦٠ = ١٣٥٠ م

∴ الشغل المبذول من القوة = ق حتا θ × ف

= ٥٠٠ × $\frac{٣}{٥}$ × ١٣٥٠ = ٤٠٥٠٠٠ ث كجم

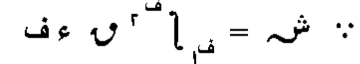
اجابة أسئلة الاختبارات الخاصة بالوحدة

الاختبار الأول

السؤال الأول : أختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

(٤) الشكل المقابل يوضح العلاقة بين القوة ق التى يؤثر بها طفل أفقياً على صندوق كتلته ١٠ كجم ليتحرك على سطح أملس مع مركبة المسافة التى يقطعها الصندوق فى اتجاه س فإن الشغل المبذول بواسطة ق على الصندوق من س = ٠ إلى س = ٨ يساوى .... الشغل المبذول بواسطة ق على الصندوق من س = ٨ إلى س = ١٢

الحل



∵ شغ = $\int_{ف_١}^{ف_٢}$ ق ء ف

∴ شغ١ = $\int_{٠}^{٨}$ ق ء ف =

المساحة تحت المنحنى من ف = ٠ إلى ف = ٨

= مساحة سطح △ و أ حـ

= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ١٠ = ٤٠ وحدة شغل

، شغ٢ = $\int_{٨}^{١٢}$ ق ء ف = المساحة تحت المنحنى من ف = ٨ إلى ف = ١٢

= مساحة سطح △ و أ حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ١٠ = ٢٠ وحدة شغل

∴ شغ١ = ٢ شغ٢

السؤال الثانى :

(١) قاطرة كتلتها ٣٠ طن بدأت الحركة من السكون على مستوى أفقى بعجلة منتظمة ضد مقاومات $\frac{1}{100}$ من وزنها و عندما بلغت سرعتها ٩٠ كم / س أصبحت قدرتها ٤٤١ كيلووات اوجد :

(أ) قوة آلات القاطرة بثقل الكيلوجرام

(ب) مقدار العجلة المنتظمة

الحل

(أ) ∵ القدرة = ق × ع

∴ ٤٤١ × ١٠٠٠ = ق × ٩٠ × $\frac{5}{18}$

و منها : ق = ١٧٦٤٠ نيوتن = ١٧٦٤٠ ÷ ٩,٨ = ١٨٠٠ ث كجم

(ب) ∵ القاطرة تتحرك على مستوى أفقى

∴ ك جـ = ق − م

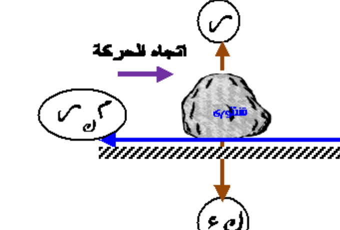
∴ ٣٠ × ١٠٠٠ جـ = ١٧٦٤٠ − $\frac{1}{100}$ × ٣٠ × ١٠٠٠ × ٩,٨

و منها : جـ = ٠,٤٩ م / ث²

السؤال الثالث :

(٢) صخرة كتلتها ٢٠ كجم تتحرك على مستوى أفقى خشن بسرعة ٨ م / ث و توقفت نتيجة الاحتكاك و كان معامل الاحتكاك الحركى بين الصخرة و السطح $\frac{1}{5}$ احسب الشغل الناتج عن الاحتكاك حتى تتوقف الصخرة

الحل



∵ المستوى خشن ∴ معادلات الحركة هى :

ك جـ = − مَك ر ، ر = ك ء

∴ ك جـ = − مَك × ك ء

∴ ٢٠ جـ = − $\frac{1}{5}$ × ٢٠ × ٩,٨ = − ١,٩٦ م / ث²

، ∵ الصخرة تتوقف ، ع² = ع٠² + ٢ جـ ف

∴ ٠ = (٨)² + ٢ × (− ١,٩٦) ف و منها : ف = $\frac{800}{49}$ م

∴ الشغل المبذول عن الاحتكاك = − مَك ر × ف

= − $\frac{1}{5}$ × ٢٠ × ٩,٨ × $\frac{800}{49}$ = − ٦٤٠ جول

السؤال الرابع :

(٢) حقيبة كتلتها ٥ كجم تنزلق على مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٢٤° لأسفل مسافة ١,٥ م فإذا كان معامل الاحتكاك = $\frac{31}{100}$ احسب الشغل المبذول بواسطة كل من : الاحتكاك ، الوزن ، رد الفعل و إذا كانت سرعة الحقيبة ٢,٢ م / ث ، احسب سرعتها بعد أن تقطع مسافة ١,٥ م

الحل

∵ قوة الاحتكاك : ك = مَك ر

، ر = ٥ ء حتا ٢٤° ، مَك = $\frac{31}{100}$

∴ ك = مَك ر

= $\frac{31}{100}$ × ٥ × ٩,٨ حتا ٢٤°

∴ الشغل المبذول من قوة الاحتكاك

= − ك × ف

= − $\frac{31}{100}$ × ٥ × ٩,٨ حتا ٢٤° × ١,٥

= − ٢٠,٨١٥ جول

، الشغل المبذول من قوة الوزن = ك ء حتا θ × ف = ٥ × ٩,٨ حا ٢٤° × ١,٥

= ٢٩,٨٩٥ جول

أحمد الشنتورى

، الشغل من قوة رد الفعل العمودى = صفر

لأن : قوة رد فعل المستوى عمودية على المستوى الذى تتحرك عليه الحقيبة

∵ ك جـ = ٥ ء حا ٢٤° − مك ر

∴ ٥ جـ = ٥ × ٩,٨ حا ٢٤° − ٣١/١٠٠ × ٥ × ٩,٨ حتا ٢٤°

و منها : جـ = ١,٢١ م / ث²

، ع² = ع.² + ٢ جـ ف = (٢,٢)² + ٢ × ١,٢١ × ١,٥ و منها : ع = ٢,٩١ م / ث

السؤال الخامس :

(١) وضع جسم عند قمة مستوى مائل أملس طوله ٤٠ م و ارتفاعه ١٠ م أوجد سرعته عند قاعدة المستوى و إذا كان المستوى خشناً و كانت المقاومة لحركته ١/٥ وزن الجسم أوجد سرعته عند قاعدة المستوى " مستخدماً مبدأ ثبات الطاقة "

الحل

∵ المستوى أملس :

∴ ط_أ + ض_أ = ط_ب + ض_ب

∴ ٠ + ك × ٩,٨ × ١٠ = ١/٢ ك ع² + ٠

و منها : ع = ١٤ م / ث

، ∵ المستوى خشن :

∴ ض_أ − ض_ب = ط_ب − ط_أ + شـ_م

∴ ك × ٩,٨ × ١٠ − ٠ = (١/٢ ك ع² − ٠) + ١/٢ ك × ٩,٨ × ٤٠

و منها : ع = ٢,٨ √٥ م / ث

الاختبار الثانى

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(٢) قذف جسم كتلته ٥٠٠ جم رأسياً لأعلى من نقطة على سطح الأرض بسرعة ١٤,٧ م / ث فإن طاقة وضعه بعد مرور ثانية واحدة من قذفه = ... جول

الحل

∵ ف = ع. ن − ١/٢ ء ن² = ١٤,٧ × ١ − ١/٢ × ٩,٨ × (١)² = ٩,٨ م

∴ ض = ك ء ف = ١/٢ × ٩,٨ × ٩,٨ = ٤٨,٠٢ جول

(٥) إذا كان الشغل المبذول من القوة ق⃗ = م س⃗ + ٤ ص⃗ خلال إزاحة نقطة تأثيرها ف⃗ = − ٣ س⃗ + (م + ١) ص⃗ يساوى ٠,٠٥ جول ، ‖ف⃗‖ بالسم حيث م ثابت فإن م = ...

الحل

شـ = ق⃗ • ف⃗ = − ٣ م + ٤ (م + ١) = م + ٤ نيوتن . سم

∴ شـ = ١/١٠٠ (م + ٤) جول

∴ ٠,٠٥ = ١/١٠٠ (م + ٤) و منها : م = ١

السؤال الثانى :

(١) صعد رجل وزنه ٧٢ ث كجم طريقاً يميل على الأفقى بزاوية جيبها ١/٤ فقطع ١٠٠ م أحسب التغير فى طاقة وضع الرجل

الحل



ف = ١٠٠ حا θ = ١٠٠ × ١/٤ = ٢٥

∴ التغير فى طاقة وضع الرجل = ض_أ − ض_ب

= ٧٢ × ٩,٨ × ٢٥ − ٠ = ١٧٦٤٠ جول

السؤال الثالث :

(أ) عامل يدفع صندوق كتلته ٣٠ كجم مسافة قدرها ٤,٥ متر بسرعة ثابتة على سطح أفقى فإذا كان معامل الاحتكاك بين الصندوق و السطح $\frac{1}{4}$ احسب الشغل المبذول بواسطة العامل على الصندوق ثم أحسب الشغل المبذول بواسطة رد الفعل

الحل

∵ ق = مك ر ، ر = ك ء

∴ ق = مك × ك ء

= $\frac{1}{4}$ × ٣٠ × ٩,٨ = ٧٣,٥ نيوتن

∴ الشغل المبذول من قوة العامل = ق × ف

= ٧٣,٥ × ٤,٥ = ٣٣٠,٧٥ جول

= ٣٣٠,٧٥ ÷ ٩,٨ = ٣٣,٧٥ ث كجم . م

الشغل من رد الفعل = صفر

لأن : قوة رد فعل المستوى عمودية على المستوى الذى يتحرك عليه الصندوق

السؤال الرابع :

(أ) هبطت عربة سك حديد كتلتها ٢٠ طن من السكون على منحدر يصنع مع الأفقى زاوية جيبها $\frac{1}{70}$ ضد مقاومات مقدارها ١٤ ث كجم لكل طن فوصلت إلى أسفل المنحدر بعد أن قطعت مسافة ٣٥٠ متر عليه و عند أسفل المنحدر أصطدمت بعربة أخرى ساكنة و مساوية لها فى الكتلة فسارت العربتان معاً كجسم واحد على طريق أفقى فإذا سكنت العربتان بعد دقيقة واحدة من لحظة تصادمهما أوجد المسافة الأفقية التى تحركتها العربتان معاً

الحل

معادلة الحركة للعربة التى على المنحدر :

ك حـ = ك ء حا θ − م

∴ ٢٠ × ١٠^{٣} حـ = ٢٠ × ١٠^{٣} × ٩,٨ × $\frac{1}{70}$

− ١٤ × ٢٠ × ٩,٨

∴ ١٠٠٠ حـ = ١٤٠ − ١٣٧,٢

و منها : حـ = ٠,٠٠٢٨ م / ث^{٢}

سرعة العربة عند قاع المنحدر :

ع^{٢} = ع$_{٠}^{٢}$ + ٢ حـ ف = ٢,٠ + ٢ × ٠,٠٠٢٨ × ٣٥٠ و منها : ع = ١,٤ م / ث

عند التصادم : بفرض أن ع/ هى سرعة العربتان عندما تتحركان كجسم واحد

٢٠ × ١,٤ − ٢٠ × ٠ = ٤٠ × ع/ و منها : ع/ = ٠,٧ م / ث

بعد التصادم : ع$_{٠}$ = ٠,٧ م / ث ، ن = ٦٠ ث ، ع = ٠

، ∵ ع = ع$_{٠}$ + حـ ن ∴ ٠ = ٠,٧ + ٦٠ حـ و منها : حـ = − $\frac{7}{600}$ م / ث^{٢}

، ∵ ع^{٢} = ع$_{٠}^{٢}$ + ٢ حـ ف ∴ ٠ = (٠,٧)^{٢} + ٢ × (− $\frac{7}{600}$) ف

و منها : ف = ٢١ م

حل آخر لايجاد السرعة عند قاع المنحدر

∵ الشغل المبذول = التغير فى طاقة الحركة

∴ (ك ء حا θ − م) ف = $\frac{1}{2}$ (ع^{٢} − ع$_{٠}^{٢}$)

∴ (٢٠ × ١٠^{٣} × ٩,٨ × $\frac{1}{70}$ − ١٤ × ٢٠ × ٩,٨) × ٣٥٠ =

$\frac{1}{2}$ × ٢٠ × ١٠^{٣} (ع^{٢} − ٠)

∴ (٢٨٠٠ − ٢٧٤٤) × ٣٥٠ = ١٠٠٠٠ ع^{٢} و منها : ع = ١,٤ م / ث

(٢) يتحرك منطاد رأسياً لأعلى و عندما كان على ارتفاع ٤٠,٤ متراً عن سطح الأرض سقط منه جسم كتلته ٥ كجم فإذا كانت طاقة حركة الجسم لحظة اصطدامه بالأرض تساوى ٢٩٤٠ جول و بفرض اهمال مقاومة الهواء احسب

أولاً : سرعة المنطاد لحظة سقوط الجسم

ثانياً : المسافة التى قطعها الجسم من لحظة سقوطه حتى لحظة انتظامه

الحل

بفرض أن : الجسم سقط من المنطاد عند نقطة أ

و وصل إلى سطح الأرض الذى تمثله نقطة ب

، ∵ ط$_{أ}$ + ض$_{أ}$ = ط$_{ب}$ + ض$_{ب}$

∴ ١/٢ × ٥ ع^{٢} + ٥ × ٩,٨ × ٤٠,٤ = ٢٩٤٠ + ٠

و منها : ع = ١٩,٦ م / ث

و هى سرعة المنطاد لحظة سقوط الجسم

و السرعة الإبتدائية للجسم ، و الجسم يتحرك لأعلى

ليصل لأقصى ارتفاع له عند حـ ثم يسكن لحظياً ثم يسقط حتى يصل لسطح الأرض

∵ ع^{٢} = ع$_{٠}^{٢}$ − ٢ ء ف ∴ ٠ = (١٩,٦)^{٢} + ٢ × ٩,٨ ف

و منها : ف = ١٩,٦ م

∴ المسافة الكلية التى يقطعها الجسم = ٢ × ١٩,٦ + ٤٠,٤ = ٧٩,٦ م

حل آخر لايجاد أقصى ارتفاع

أقصى ارتفاع = ع$_{٠}^{٢}$ / ٢ ء = (١٩,٦)^{٢} / (٢ × ٩,٨) = ١٩,٦ م

السؤال الخامس :

(أ) تتحرك سيارة كتلتها ٣ طن بأقصى سرعة لها و مقدارها ٢٧ كم / س صاعدة منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها ١/٣٠ ثم عادت السيارة و هبطت على نفس المنحدر بأقصى سرعة لها و مقدارها ٧٢ كم / س أوجد المقاومة بفرض ثبوتها ثم أحسب قدرة السيارة بالحصان أوجد ق

الحل

عندما تكون السيارة صاعدة المنحدر بأقصى سرعة :

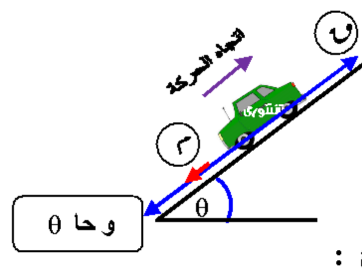
ق = م + و حا θ = م + ٣٠٠٠ × ١/٣٠ = م + ١٠٠

، ∵ القدرة = ق × ع

∴ القدرة = (م + ١٠٠) × ٢٧ × ٥/١٨

∴ القدرة = (م + ١٠٠) × ١٥/٢ (١)

عندما تكون السيارة هابطة المنحدر بأقصى سرعة :



ق = م − و حا θ = م − ٣٠٠٠ × ١/٣٠

= م − ١٠٠

∴ القدرة = (م − − ١٠٠) × ٧٢ × ٥/١٨

∴ القدرة = (م − − ١٠٠) × ٢٠ (٢)

، ∵ القدرة ثابتة ∴ من (١) ، (٢) ينتج :

(م + ١٠٠) × ١٥/٢ = (م − ١٠٠) × ٢٠ ، بالضرب ÷ ٢/٥ ينتج :

∴ ٣ م + ٣٠٠ = ٨ م − ٨٠٠ و منها : م = ٢٢٠ ث كجم

بالتعويض فى (١) ينتج :

القدرة = (٢٢٠ + ١٠٠) × ٢٧ × ٥/١٨ = ٢٤٠٠ ث كجم . م / ث

= ٢٤٠٠ ÷ ٧٥ = ٣٢ حصان

(٢) بندول بسيط مكون من خيط طوله $١\frac{١}{٢}$ متر ثبت طرفه العلوى و حمل طرفه السفلى جسماً كتلته ٥٠٠ جم و يتدلى رأسياً فإذا شد الجسم بقوة أفقية إلى أن أصبح مائلاً على الرأسى بزاوية ٦٠° أوجد :

أولاً : التغير فى طاقة وضع الجسم

ثانياً : الشغل الذى بذلته القوة بالجول

ثالثاً : سرعة الجسم عند منتصف المسار إذا أزيلت القوة الأفقية و ترك الجسم ليتذبذب

الحل

من هندسة الشكل :

ن حـ = ن أ حتا ٦٠°

= ١,٥ × ٠,٥ = ٠,٧٥ م

، ن ب = ن أ = ١,٥ م

∴ ب حـ = ن ب − ن حـ = ١,٥ − ٠,٧٥ = ٠,٧٥ م

أى أن : المسافة الرأسية التى تحركتها الكتلة = ٠,٧٥ م

أولاً : التغير فى طاقة وضع الجسم = ض$_{أ}$ − ض$_{ب}$ = ك ء × ن ب − ك ء × ن حـ

= ك ء (ن ب − ن حـ) = ك ء × ب حـ

= ٠,٥ × ٩,٨ × ٠,٧٥ = ٣,٦٧٥ جول

ثانياً : حيث : الجسم يسكن لحظياً عند أ ينتج :

فيكون △ ن أ حـ (مثلث القوى)

∴ $\frac{ش}{ن أ} = \frac{ق}{أ حـ} = \frac{ك ء}{ن حـ}$

، ∵ أ حـ = ن أ حتا ٦٠°

= ٠,٧٥ $\sqrt{٣}$ م

∴ ق = $\frac{٠,٥ × ٩,٨ × ٠,٧٥ \sqrt{٣}}{٠,٧٥}$ = ٤,٩ $\sqrt{٣}$ نيوتن




الشغل الذى بذلته القوة = ق × المسافة الأفقية التى يتحركها الجسم بواسطتها

= ق × أ حـ = ٤,٩ $\sqrt{٣}$ × ٠,٧٥ $\sqrt{٣}$ = ١١,٠٢٥ جول

ملاحظة :

يمكن ايجاد قيمة ق باستخدام قاعدة لامى أو تحليل الشد

، الشغل لا يتوقف على المسار الذى يسلكه الجسم بل يتوقف على الازاحة

ثالثاً : من مبدأ ثبات الطاقة : ∵ ط$_{أ}$ + ض$_{أ}$ = ط$_{ب}$ + ض$_{ب}$

∴ ٠ + ٣,٦٧٥ = $\frac{١}{٢}$ ك ع^{٢} + ٠ ∴ ٣,٦٧٥ = $\frac{١}{٢}$ × ٠,٥ ع^{٢}

و منها : ع = ٠,٧ $\sqrt{٣٠}$ م / ث = ٣,٨٣٤ م / ث

و هى السرعة عند منتصف المسار

الاختبار الثالث

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(١) فى لحظة ما كانت كمية حركة جسم ١١٢ كجم . م/ث و طاقة حركته ٨٠ كجم . م فإن كتلة الجسم = ... كجم ، سرعته = ... م/ث عندئذ

الحل

∵ ك ع = ١١٢ كجم . م/ث　　(١)

، ∵ ½ ك ع٢ = ٨٠ ث كجم . م = ٨٠ × ٩,٨ = ٧٨٤ جول　　(٢)

∴ ½ (ك ع) × ع = ٧٨٤　　، بالتعويض من (١) ينتج :

∴ ½ × ١١٢ ع = ٧٨٤　∴ ٥٦ ع = ٧٨٤　∴ ع = ١٤ م/ث

، بالتعويض من (١) ينتج : ١٤ ع = ١١٢　∴ ك = ٨ كجم

(٥) فى الشكل المقابل :

مستوى مائل أملس طوله ٢٠ متر و ارتفاعه ٢,٥ متر وضع جسم عند قمة المستوى و ترك ليهبط على المستوى فإنه يصل إلى قاعدة المستوى بسرعة .... م/ث

الحل

∵ المستوى أملس :　∴ طم + ضم = طب + ضب

∴ ٠ + ك × ٩,٨ × ٢,٥ = ½ ك ع٢ + ٠　　و منها : ع = ٧ م/ث

(٦) قذف جسم كتلته ٢٠٠ جرام رأسياً إلى أعلى بسرعة ٤٩ م/ث فإن طاقة وضعه عند أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم = ... جول

الحل

أقصى ارتفاع (ل) = $\frac{(٤٩)^2}{٢ \times ٩,٨}$ = ١٢٢,٥ م

∴ ض = ك ء ل = ٠,٢ × ٩,٨ × ١٢٢,٥ = ٢٤٠,١ جول

السؤال الثانى :

(أ) فى الشكل المقابل :

ثلاث كتل ك ، ك ، ٣ ك تتحرك من أعلى لأسفل من السكون (بفرض اهمال مقاومة الهواء و الاحتكاك)

أولاً : أى من الكتل الثلاث تصل للأرض بأكبر سرعة

ثانياً : أى من الكتل الثلاث تبذل شغلاً أكثر للوصول للأرض

الحل

بفرض أن : المسافة الرأسية بين موضع الكتل و الأرض = ل

∵ ض - ض. = ط. - ط + شـم ، شـم = ٠

∴ للكتلة عند حـ : ك ء ل - ٠ = ½ ك ع٢ - ٠　　و منها : ع٢ = ٢ ء ل

، للكتلة عند ب : ك ء ل - ٠ = ½ ك ع٢ - ٠　　و منها : ع٢ = ٢ ء ل

، للكتلة عند أ : ٣ ك ء ل - ٠ = ½ × ٣ ك ع٢ - ٠　و منها : ع٢ = ٢ ء ل

∴ الكتل الثلاث تصل للأرض بنفس السرعة

، ∵ شـ = ط − ط.

∴ شـجـ = شـب = $\frac{١}{٢}$ ك ع^{٢} − ٠ = $\frac{١}{٢}$ ك ع^{٢} × ٢ ء ل = ك ء ل

، شـأ = $\frac{١}{٢}$ × ٣ ك ع^{٢} × ٢ ء ل = ٣ ك ء ل

∴ الشغل المبذول من الكتلة عند أ يكون أكبر من الشغل المبذول من الكتلتين الأخريين

(٢) أثرت القوة ٥ ث كجم فى كتلة ١٩٦ كجم متحركة فى خط مستقيم أفقى فى اتجاه القوة فقطعت مسافة ٢,٨ متر احسب مقدار ازيادة طاقة الحركة للكتلة بالجول ، و إذا كانت طاقة حركة الكتلة فى نهاية المسافة ١٤١,١٢ جول احسب السرعة الإبتدائية للكتلة

الحل

الزيادة فى طاقة الحركة = الشغل المبذول من القوة = ق × ف

= ٥ × ٩,٨ × ٢,٨ = ١٣٧,٢ جول

، ∵ شـ = ط − ط.   ∴ ١٣٧,٢ = ١٤١,١٢ − $\frac{١}{٢}$ × ١٩٦ ع.^{٢}

∴ $\frac{١}{٢}$ × ١٩٦ ع.^{٢} = ٣,٩٢   و منها : ع. = $\frac{١}{٥}$ م / ث

السؤال الثالث :

(٢) سيارة قدرة آلاتها ثابتة و أقصى سرعة لها عند صعودها منحدر ما هى ٥٤ كم / س و أقصى سرعة لها عند هبوطها نفس المنحدر هى ١٠٨ كم / س أوجد أقصى سرعة تتحرك بها على مستوى أفقى علماً بأن مقاومة الطريق لحركة السيارة ثابتة في الحلات الثلاث

الحل

عندما تكون السيارة صاعدة المنحدر بأقصى سرعة :

$ق_{١}$ = م + و حا θ   ، ∵ القدرة = $ق_{١}$ × $ع_{١}$

∴ القدرة = (م + و حا θ) × ٥٤ × $\frac{٥}{١٨}$

∴ القدرة = (م + و حا θ) × ١٥   (١)

عندما تكون السيارة هابطة المنحدر بأقصى سرعة :

$ق_{٢}$ = م − و حا θ   ، ∵ القدرة = $ق_{٢}$ × $ع_{٢}$

∴ القدرة = (م − و حا θ) × ١٠٨ × $\frac{٥}{١٨}$

∴ القدرة = (م − و حا θ) × ٣٠   (٢)

، ∵ القدرة ثابتة   ∴ من (١) ، (٢) ينتج :

(م + و حا θ) × ١٥ = (م − و حا θ) × ٣٠

∴ م + و حا θ = (م − و حا θ) × ٢

∴ م + و حا θ = ٢ م − ٢ و حا θ   ∴ م = ٣ و حا θ

بالتعويض فى (١) ينتج :

القدرة = (٣ و حا θ + و حا θ) × ١٥ = ٦٠ و حا θ   (٣)

عندما تكون السيارة صاعدة المنحدر بأقصى سرعة :

$ق_{٣}$ = م = ٣ و حا θ

∴ القدرة = ٣ و حا θ × $ع_{٣}$ (٤)

من (٣) ، (٤) ينتج : ٦٠ و حا θ = ٣ و حا θ × $ع_{٣}$

∴ $ع_{٣}$ = ٢٠ م / ث

السؤال الرابع :

(أ) كرة كتلتها ٢٠٠ جم تتحرك بسرعة ٧ م/ث إصطدمت بكرة ساكنة كتلتها ٣٠٠ جم و تحركتا معاً كجسم واحد أوجد :

أولاً : السرعة المشتركة لهما بعد التصادم مباشرة

ثانياً : طاقة الحركة المفقودة بالتصادم

ثالثاً : المسافة التى يسكن بعدها الجسم إذا لاقى مقاومة ٢٠ ث جم

الحل

نعتبر أن اتجاه سرعة الكرة الأولى قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم مباشرة ع

∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

∴ $ك_١ ع_١ + ك_٢ ع_٢ = (ك_١ + ك_٢) ع$

∴ ٢٠٠ × ٧٠٠ + ٣٠٠ × ٠ = ٥٠٠ ع

و منها : ع = ٢٨٠ سم / ث فى اتجاه حركة الكرة الأولى

∵ طاقة الحركة المفقودة = طاقة الحركة قبل التصادم − طاقة الحركة بعد التصادم

∴ طاقة الحركة المفقودة = $[\frac{١}{٢} \times ٢٠٠ \times (٧٠٠)^٢ + \frac{١}{٢} \times ٣٠٠ \times (٠)^٢]$

$- \frac{١}{٢} \times ٥٠٠ \times (٢٨٠)^٢ = ٢٩٤٠٠٠٠٠$ أرج

∵ التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول

∴ $٠ - \frac{١}{٢} \times ٥٠٠ \times (٢٨٠)^٢ = - ٢٠ \times ٩٨٠$ ف

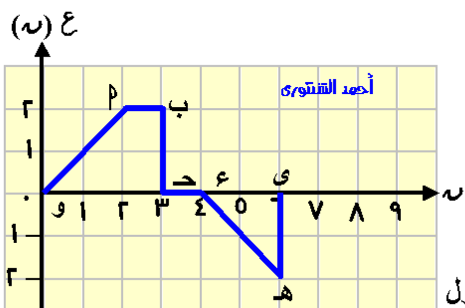
و منها : ف = ١٠٠ سم

(٢) فى الشكل المقابل : $\overleftarrow{ق}$ تؤثر على سيارة أطفال كتلتها ٢ كجم تسير فى خط مستقيم موازى لمحور السينات مركبة س تتغير بتغير القوة كما بالشكل أحسب الشغل المبذول بواسطة القوة عند :

(١) س = ٠ إلى س = ٣ متر (٢) س = ٣ إلى س = ٤ متر

(٣) س = ٤ إلى س = ٧ متر (٤) س = ٧ إلى س = ٢ متر

الحل



∵ $ش = \int_{ف_١}^{ف_٢} ق \, ء ف$

∴ $ش_١ = \int_{٠}^{٣} ق \, ء ف =$ = مساحة سطح شبه المنحرف و أ ب حـ

$= \frac{١}{٢} \times (١ + ٣) \times ٢ = ٤$ جول

بالمثل : $ش_٢ = \int_{٣}^{٤} ق \, ء ف = ٠$ (لاحظ : ق = ٠)

، $ش_٣ = \int_{٤}^{٧} ق \, ء ف = \int_{٤}^{٦} ق \, ء ف + \int_{٦}^{٧} ق \, ء ف$

= − مساحة سطح △ ء هـ ى + ٠ = $- \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٢ = - ٢$ جول

(المساحة تحت محور السينات)

، $ش_٤ = \int_{٧}^{٢} ق \, ء ف = - \int_{٢}^{٧} ق \, ء ف$

$= - [\int_{٢}^{٣} ق \, ء ف + \int_{٣}^{٤} ق \, ء ف + \int_{٤}^{٦} ق \, ء ف + \int_{٦}^{٧} ق \, ء ف]$

$= - [١ \times ٢ + ٠ - ٢ + ٠] = ٠$

الاختبار الرابع

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(٣) رصاصة كتلتها ٩٨ جم تتحرك أفقياً بسرعة ٧٢٠ كم / س غاصت فى حاجز رأسى مسافة ١٠ سم قبل أن تسكن فإن متوسط مقاومة الحاجز = ... ث كجم

الحل

ى ، ع. = ٢٠٠ م / ث

م

١٠ سم

نفرض أن : ى متجه وحدة فى اتجاه الحركة

، ∵ ع. = ٧٢٠ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢٠٠ م / ث

، ع = ٠ ، ف = ٠,١ م

، ∵ ش = ط – ط. ∴ – م × ٠,١ = ٠ – $\frac{١}{٢}$ × ٠,٠٩٨ × $(٢٠٠)^{٢}$

∴ م = ١٩٦٠٠ نيوتن = ١٩٦٠٠ ÷ ٩,٨ = ٢٠٠٠ ث كجم

(٤) سفينة كتلتها ٤٤١ طن تتحرك بسرعة ٧٢ كم / س فإن طاقة حركتها = ... كيلووات . ساعة

الحل

ط = $\frac{١}{٢}$ × ٤٤١ × $١٠^{٣}$ × $(٧٢ × \frac{٥}{١٨})^{٢}$ = ٨٨٢ × $١٠^{٥}$ جول (وات . ث)

= ٨٨٢ × $١٠^{٥}$ ÷ (٣٦ × $١٠^{٥}$) = ٢٤,٥ كيلووات . ساعة

(٥) آلة تبذل شغلاً قدره ١٥٠٠٠ ث كجم . متر خلال ١٠ ثوان فإن قدرة الآلة بالحصان = ...

الحل

∵ الشغل المبذول = ١٥٠٠٠ ث كجم . متر خلال ١٠ ثوان

∴ القدرة = ١٥٠٠٠ ÷ ١٠ = ١٥٠٠ ث كجم . متر / ث

= ١٥٠٠ ÷ ٧٥ = ٢٠ حصان

(٦) قوة مقدارها ٨٠ نيوتن تعمل فى اتجاه ٣٠° شمال الشرق فإن الشغل المبذول بواسطة القوة خلال إزاحة معيارها ٤٠ متر نحو الشمال يساوى .... جول

الحل

الشمال

٨٠

٣٠°

الشرق

مركبة القوة نحو الشمال (اتجاه الازاحة) =

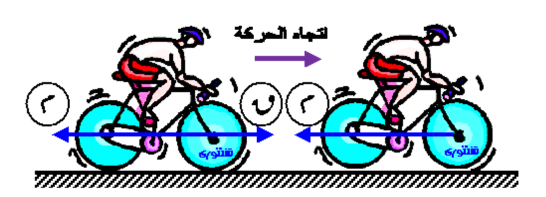
٨٠ جا ٣٠° = ٨٠ × $\frac{١}{٢}$ = ٤٠

∴ الشغل المبذول = ٤٠ × ٤٠ = ١٦٠٠ جول

السؤال الثانى :

(١) يتحرك راكب دراجة على طريق أفقى خشن بعجلة منتظمة فتغيرت طاقة حركته بمقدار ١٠٧٨٠٠ جول خلال $\frac{١}{٢}$ كم ثم أوقف الراكب حركة ساقيه فقطع ١٠٠ متر فقدت خلالها طاقة الحركة بمقدار ٧٨٤٠ جول أوجد بثقل الكيلو جرام كلاً من المقاومات و القوة

الحل



أثناء تأثير القوة المحركة للدراجة :

ط – ط. = (ق – م) × ف

∴ ١٠٧٨٠٠ = (ق – م) × ٥٠٠

∴ ق – م = ٢١٥,٦ (١)

بعد إيقاف حركة الساقين :

ط – ط. = – م ف ∴ – ٧٨٤٠ = – م × ١٠٠

∴ م = ٧٨,٤ نيوتن = ٧٨,٤ ÷ ٩,٨ = ٨ ث كجم

بالتعويض (١) ينتج : ق – ٧٨,٤ = ٢١٥,٦

∴ ق = ٢٩٤ نيوتن = ٢٩٤ ÷ ٩,٨ = ٣٠ ث كجم

السؤال الثالث :

(أ) قذفت كرة كتلتها ٢٠٠ جم بسرعة ٢١ متر / ث على مستوى أفقى ضد مقاومات تعادل $\frac{1}{14}$ من وزنها و بعد ١٠ ثوان صدمت كرة أخرى مساوية لها فى الكتلة تتحرك بسرعة ٧ متر / ث فى الاتجاه المضاد فإذا تحركت الكرتان معاً كجسم واحد بعد التصادم
أحسب أولاً : السرعة المشتركة للكرتين
ثانياً : دفع كل من الكرتين على الأخرى
ثالثاً : طاقة الحركة المفقودة بالتصادم

الحل

قبل التصادم : ك جـ = – م

∴ ك جـ = – $\frac{1}{14}$ ك ء

∴ جـ = – $\frac{1}{14}$ × ٩,٨ = –٠,٧ م / ث²

∴ ع = ع. + جـ ن

= ٢١ – ٠,٧ × ١٠ = ١٤ م / ث

عند التصادم :
نعتبر أن اتجاه سرعة الكرة الأولى قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم مباشرة ع

∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

∴ $ك_1$ $ع_1$ + $ك_2$ $ع_2$ = ($ك_1$ + $ك_2$) ع

∴ ٠,٢ × ١٤ – ٠,٢ × ٧ = ٤٠٠ ع

و منها : ع = ٣,٥ م / ث فى اتجاه حركة الكرة الأولى

دفع الكرة الأولى على الكرة الثانية = التغير فى كمية حركة الكرة الثانية

د = $ك_2$ (ع – $ع_2$) = ٠,٢ × (٣,٥ + ٧) = ٢,١ كجم.م / ث

دفع الكرة الثانية على الكرة الأولى = التغير فى كمية حركة الكرة الأولى

د = $ك_1$ (ع – $ع_1$) = ٠,٢ × (٣,٥ – ١٤) = – ٢,١ كجم.م / ث

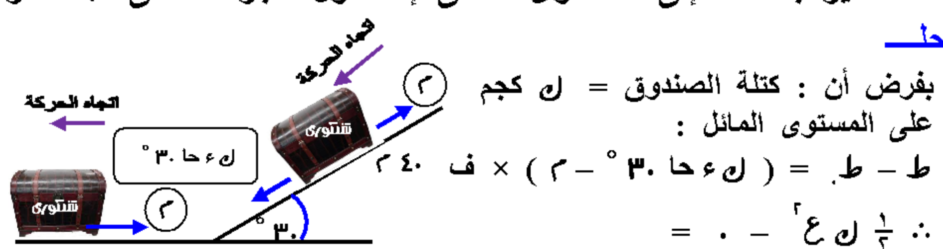
∵ طاقة الحركة المفقودة = طاقة الحركة قبل التصادم – طاقة الحركة بعد التصادم

∴ طاقة الحركة المفقودة = [$\frac{1}{2}$ × ٠,٢ × (١٤)² + $\frac{1}{2}$ × ٠,٢ × (٧)²]

– $\frac{1}{2}$ × ٠,٤ × (٣,٥)² = ٢٢,٠٥ داين

(٢) تنقل الصناديق فى أحد المصانع بانزلاقها على مستوى مائل ينتهى بمستوى أفقى فإذا كان طول المستوى ٤٠ متر و زاوية ميله على الأفقى ٣٠° و المقاومة لكل من المستويين تعادل $\frac{1}{5}$ وزن الجسم أوجد سرعة الصندوق عند نهاية المسار بفرض أن سرعته لا تتغير بانتقاله إلى المستوى الأفقى إذا طول الجزء الأفقى ١٠ أمتار

الحل



بفرض أن : كتلة الصندوق = ك كجم

على المستوى المائل :

ط – ط. = (ك ء جا ٣٠° – م) × ف

∴ $\frac{1}{2}$ ك ع² – ٠ =

(ك × ٩,٨ × $\frac{1}{2}$ – $\frac{1}{5}$ ك × ٩,٨) × ٤٠ ∴ ع² = ٢٣٥,٢

(ع عند نهاية المستوى المائل = ع. عند بداية المستوى الأفقى)

على المستوى الأفقى : ط – ط. = – م × ف

∴ $\frac{1}{2}$ ك ع² – $\frac{1}{2}$ ك × ٢٣٥,٢ = – $\frac{1}{5}$ ك × ٩,٨ × ١٠

∴ $\frac{1}{2}$ ع² = ١١٧,٦ – ١٩,٦

∴ ع² = ١٩٦ ∴ ع = ١٤ م / ث

السؤال الرابع :

(١) أثرت قوة مقدارها ١٢,٦ نيوتن على جسم ساكن موضوع على مستوى أفقى لفترة من الزمن فأكتسب الجسم فى نهايتها طاقة حركة قدرها ٩ ث كجم . م ، بلغت كمية حركته عندئذ ٤٢ كجم . م / ث ثم رفعت القوة فعاد الجسم إلى السكون مرة أخرى بعد أن قطع مسافة ٢١ م من لحظة رفع القوة أوجد كتلة الجسم و مقاومة المستوى لحركة الجسم بالنيوتن بفرض ثبوتها ثم أوجد زمن تأثير القوة

الحل

∵ ط = $\frac{1}{2}$ ك ع^{2} ∴ ٩ × ٩,٨ = $\frac{1}{2}$ ك ع^{2} (١)

، ∵ هـ = ك ع ∴ ٤٢ = ك ع (٢)

بقسمة (١) ÷ (٢) ينتج : ع = ٤,٢ م / ث

بالتعويض فى (١) ينتج : ك = ١٠ كجم

بعد رفع القوة :

ط − ط. = − م × ف

∴ ٠ − ٩ × ٩,٨ = − م × ٢١

و منها : م = ٤,٢ نيوتن

أثناء تأثير القوة :

ك حـ = ق − م

∴ ١٠ حـ = ١٢,٦ − ٤,٢

و منها : حـ = ٠,٨٤ م / ث^{2}

، ع = ع. + حـ ن ∴ ٤,٢ = ٠ + ٠,٨٤ ن و منها : ن = ٥ ث

حل آخر لايجاد زمن تأثير القوة

∵ (ق − م) × ن = ك (ع − ع.)

∴ (١٢,٦ − ٤,٢) × ن = ٥ (٤,٢ − ٠) و منها : ن = ٥ ث

السؤال الخامس :

(١) قاطرة قدرة محركها ١٠٨٠ حصاناً و كتلتها ٥٠ طن تجر قطار كتلته ١٣٠ طن على مستوى أفقى خشن بعجلة ٤٩ سم / ث^{2} فإذا كانت كانت مقاومة الهواء و الاحتكاك تعادل ١٠ ث كجم لكل طن من الكتلة أحسب أقصى سرعة يقطعها القطار بالكيلومتر / الساعة

الحل

الكتلة الكلية للقاطرة و القطار (ك) = ٥٠ + ١٣٠ = ١٨٠ طن

مقاومة الهواء و الاحتكاك (م) = ١٠ × ١٨٠ × ٩,٨ = ١٧٦٤٠ نيوتن

حـ = ٤٩ سم / ث^{2} = ٠,٤٩ م / ث^{2}

معادلة الحركة : ك حـ = ق − م

∴ ١٨٠ × ١٠^{3} × ٠,٤٩ = ق − ١٧٦٤٠

و منها : ق = ١٠٥٨٤٠ نيوتن = ١٠٥٨٤٠ ÷ ٩,٨ = ١٠٨٠٠ ث كجم

، ∵ القدرة = ق × ع ∴ ١٠٨٠ × ٧٥ = ١٠٨٠٠ ع

و منها : ع = ٧,٥ م / ث = ٧,٥ × $\frac{18}{5}$ = ٢٧ كم / س

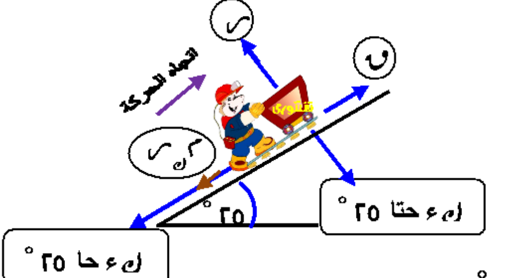
(٢) عامل يدفع عربة كتلتها ٢٠ كجم لتصعد مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٢٥° لأعلى بقوة مقدارها ١٤٠ نيوتن فإذا كان معامل الاحتكاك بين المستوى و العربة $\frac{3}{10}$ و العربة تتحرك مسافة ٣,٨ م احسب الشغل الكلى المبذول على العربة ، و إذا تحركت العربة أسفل المستوى من سكون احسب سرعة العربة عندما تكون على مسافة ٣,٨ م على المستوى

الحل

عندما تكون العربة صاعدة المستوى
بتأثير قوة :

ر = ك ء حتا ٢٥°
= ٢٠ × ٩,٨ حتا ٢٥°

الشغل الكلى
= (ق − م ر − ك ء حا ٢٥°) × ف
= (١٤٠ − $\frac{٣}{١٠}$ × ٢٠ × ٩,٨ حتا ٢٥° −
٢٠ × ٩,٨ حا ٢٥°) × ٣,٨
= ١٤,٧٣ جول



عندما تكون العربة هابطة المستوى :
ط − ط. = (ك ء حا ٢٥° − م ر) × ف
∴ $\frac{١}{٢}$ × ٢٠ ع² − ٠
= (٢٠ × ٩,٨ × حا ٢٥°
− $\frac{٣}{١٠}$ × ٢٠ × ٩,٨ حتا ٢٥°) × ٣,٨
و منها : ع = ٣,٣٥ م / ث

الاختبار الخامس

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

٤) قذيفة كتلتها ٤٥ جرام تتحرك بسرعة منتظمة مقدارها ١٤٤٠ كم / س
فإن طاقة حركتها = ... جول

الحل

ط = $\frac{١}{٢}$ ك ع² = $\frac{١}{٢}$ × ٠,٠٤٥ × (١٤٤٠ × $\frac{٥}{١٨}$)² = ٣٦٠٠ جول

٥) آلة تبذل شغلاً بمعدل منتظم = ١٨٠٠٠ ث كجم . متر كل دقيقة
فإن قدرة الآلة بالحصان = ...

الحل

∵ الشغل المبذول = ١٨٠٠٠ ث كجم . متر كل دقيقة
∴ القدرة = ١٨٠٠٠ ÷ ٦٠ = ٣٠٠ ث كجم . متر / ث
= ١٥٠٠ ÷ ٧٥ = ٤ حصان

السؤال الثانى :

(أ) يتحرك جسم كتلته كيلو جرام تحت تأثير القوى
ق→١ = ب س→ + ٢ ص→ ، ق→٢ = ٢ س→ + ص→ ،
ق→٣ = − ٣ س→ + ٩ ص→ حيث س→ ، ص→ متجها وحدة
متعامدين ، || ق→١ || ، || ق→٢ || ، || ق→٣ || مقيسة بالنيوتن ، ٩ ، ب ثابتان

فإذا كان متجه الإزاحة ف→ = ن² س→ + (٢ ن² − ن) ص→
حيث ف بالمتر ، ن بالثانية أولاً : أوجد قيمة الثابتين ٩ ، ب
ثانياً : احسب الشغل المبذول من محصلة القوى المذكورة خلال
الثوانى العشر الأولى من حركة الجسم

الحل

$\overrightarrow{\text{ق}} = \overrightarrow{\text{ق}_1} + \overrightarrow{\text{ق}_2} + \overrightarrow{\text{ق}_3} = (\text{ب} - ١)\overrightarrow{\text{س}} + (\text{أ} + ٣)\overrightarrow{\text{ص}}$

، ∵ $\overrightarrow{\text{ف}} = \text{ن}^{2}\overrightarrow{\text{س}} + (٢\text{ن}^{2} - \text{ن})\overrightarrow{\text{ص}}$

∴ $\overrightarrow{\text{ع}} = ٢\text{ن}\overrightarrow{\text{س}} + (٢\text{ن} - ١)\overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ح}} = ٢\overrightarrow{\text{س}} + ٢\overrightarrow{\text{ص}}$

، ∵ $\overrightarrow{\text{ق}} = \text{ك}\,\overrightarrow{\text{ح}}$

∴ $(\text{ب} - ١)\overrightarrow{\text{س}} + (\text{أ} + ٣)\overrightarrow{\text{ص}} = ١ \times (٢\overrightarrow{\text{س}} + ٢\overrightarrow{\text{ص}})$

و منها : ب − ١ = ٢　　∴ ب = ٣

، أ + ٣ = ٢　　∴ أ = ١

الشغل المبذول من محصلة القوى = $\overrightarrow{\text{ق}} \bullet \overrightarrow{\text{ف}}$

$= (٢ ، ٤) \bullet (\text{ن}^{2} ، ٢\text{ن}^{2} - \text{ن}) = ٢\text{ن}^{2} + ٨\text{ن}^{2} - ٤\text{ن}$

$= ١٠\text{ن}^{2} - ٤\text{ن}$

∴ الشغل المبذول من محصلة القوى خلال الثوانى العشر الأولى من حركة الجسم

$\text{ش}_{١٠} - \text{ش}_{٠} = ١٠ \times ١٠^{2} - ٤ \times ١٠ - ٠ = ٩٦٠$ جول

السؤال الثالث :

(١) تتحرك قاطرة أفقياً تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع سرعتها و هذه المقاومة تساوى ٤٥٠ ث كجم عندما كانت سرعة القاطرة ٣٠ كم / س احسب أقصى سرعة للقاطرة إذا كانت قدرة محركها ٤٠٠ حصان

الحل

نفرض أن : أقصى سرعة للقاطرة = ع كم / س ، المقاومة = م ث كجم

، ∵ القدرة = ق × ع　　∴ $٤٠٠ \times ٧٥ = \text{ق}\,\text{ع} \times \frac{٥}{١٨}$

و منها : ق ع = ١٠٨٠٠٠

، ∵ القاطرة تتحرك أفقياً بأقصى سرعة　　∴ ق = م

∴ م ع = ١٠٨٠٠٠　　(١)

، ∵ $\text{م} \propto \text{ع}^{2}$　　∴ $\frac{\text{م}_1}{\text{م}_2} = \frac{\text{ع}_1^{2}}{\text{ع}_2^{2}}$　　∴ $\frac{٤٥٠}{\text{م}} = \frac{(٣٠)^{2}}{\text{ع}^{2}}$

و منها : $\text{ع}^{2} = ٢\text{م}$　　بالضرب × ع ينتج :

$\text{ع}^{3} = ٢\text{م}\,\text{ع}$　　بالتعويض من (١) ينتج :

$\text{ع}^{3} = ٢ \times ١٠٨٠٠٠ = ٢١٦٠٠٠$　　و منها : ع = ٦٠ كم / س

(٢) درع وقائى مصنوع من طبقتين ملتحمتين منتظمتى السمك من الحديد و النحاس فإذا كان سمك الحديد ١ سم و سمك النحاس ٣ سم و كان الدرع فى مستوى رأسى عندما أطلقت عليه رصاصتين متساويتين فى الكتلة فى اتجاهين متضادين و عموديتين على مستوى الدرع و بسرعة واحدة فاخترقت الأولى الحديد و سكنت بعد أن دخلت فى النحاس $\frac{٥}{٤}$ سم بينما اخترقت الثانية النحاس و سكنت فى الحديد $\frac{٣}{٤}$ سم اثبت أن مقاومة الحديد = ٧ أمثال مقاومة النحاس

الحل

نفرض أن : كتلة كل من الرصاصتين = ك جم ، و مقاومة الحديد = م_1 ث جم ، و مقاومة النحاس = م_2 ث جم ، و سرعتيهما الإبتدائتين = $\text{ع}_{٠}$ سم / ث

، ∵ $\text{ط} - \text{ط}_{٠} = -\text{م}_1 \times \text{ف}_1 - \text{م}_2 \times \text{ف}_2$

∴ بالنسبة لطبقة الحديد : $٠ - \frac{١}{٢} \times \text{ك}\,\text{ع}_{٠}^{2} = -\text{م}_1 \times ١ - \text{م}_2 \times \frac{٥}{٤}$　　(١)

، بالنسبة لطبقة النحاس : ٠ − ١/٢ × ك ع.² = −م٢ × ٣ − م١ × ٣/٤ (٢)

، ∵ الرصاصتان من لهما نفس الكتلة و نفس سرعة القذف

∴ الشغل المبذول ضد المقاومات من الرصاصتين متساوى

∴ من (١) ، (٢) ينتج : −م١ × ١ − م٢ × ٥/٤ = −م٢ × ٣ − م١ × ٣/٤

∴ م١ × ١ − م١ × ٣/٤ = م٢ × ٣ − م٢ × ٥/٤

و منها : ١/٤ م١ = ٧/٤ م٢ ∴ م١ = ٧ م٢

أى أن : مقاومة الحديد = ٧ أمثال مقاومة النحاس

السؤال الرابع :

(أ) عند عمل أساس احدى العمارات استخدمت مطرقة كتلتها ٤٨٠ كجم من ارتفاع ٢,٥ متر على عمود أساس خرسانى كتلته ١٢٠ كجم فيكونان جسماً واحداً يغوص فى الأرض مسافة ٢٤ سم أوجد :

أولاً : السرعة المشتركة للمطرقة و العمود بعد التصادم مباشرة

ثانياً : دفع المطرقة للعمود

ثالثاً : متوسط مقاومة سطح الأرض للمطرقة و العمود

الحل

سرعة المطرقة قبل التصادم بالعمود مباشرة :

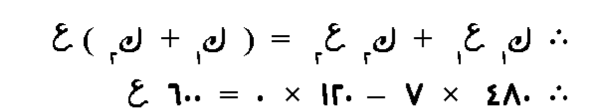
ع² = ع.² + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٢,٥

و منها : ع = ٧ م / ث

عند التصادم :

نعتبر أن اتجاه سرعة المطرقة قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم مباشرة ع

∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم



∴ ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = (ك١ + ك٢) ع

∴ ٤٨٠ × ٧ − ١٢٠ × ٠ = ٦٠٠ ع

و منها : ع = ٥,٦ م / ث فى اتجاه حركة المطرقة

دفع المطرقة للعمود = التغير فى كمية حركة العمود

د = ك٢ (ع − ع٢) = ١٢٠ × (٥,٦ − ٠) = ٦٧٢ كجم.م / ث

متوسط مقاومة الأرض :

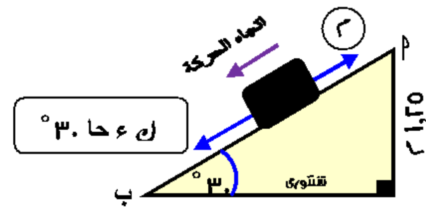
∵ ط − ط. = (ك ء − م) × ف

∴ ٠ − ١/٢ × ٦٠٠ × (٥,٦)² = (٦٠٠ × ٩,٨ − م) × ٠,٢٤

و منها : م = ٤٥٠٨٠ نيوتن = ٤٥٠٨٠ ÷ ٩,٨ = ٤٦٠٠ ث كجم

(٢) جسم موضوع عند أعلى نقطة من منحدر ارتفاعه ١٢٥ سم و يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° تحرك الجسم فى اتجاه خط أكبر ميل للمنحدر لأسفل ضد مقاومة ثابتة تقدر بربع وزنه احسب سرعة وصول الجسم إلى أسفل نقطة للمنحدر و ما هى السرعة التى يقذف بها الجسم من أسفل نقطة فى الاتجاه المضاد حتى يصل بالكاد إلى لقمة المنحدر

الحل



نفرض أن : كتلة الجسم = ك كجم

ارتفاع المنحدر = ١٢٥ سم = ١,٢٥ م

من هندسة الشكل :

طول المنحدر = ١,٢٥ قتا ٣٠° = ٢,٥ م

∵ التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل ضد المقاومات

∴ عندما يكون الجسم هابطاً المنحدر فإن :

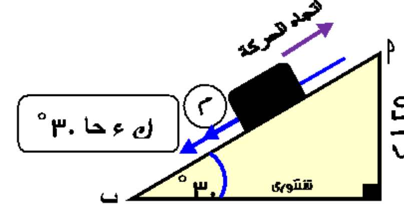
ضأ − ضب = طب − طأ + شم

∴ ك × ٩,٨ × ١,٢٥ − ٠ = ½ ك ع² − ٠ + ¼ ك × ٩,٨ × ٢,٥

∴ ½ ع² = ٩,٨ × ١,٢٥ − ¼ × ٩,٨ × ٢,٥   و منها : ع = ٣,٥ م / ث

، عندما يكون الجسم صاعداً المنحدر فإن :

ضب − ضم = طم − طب + شـم



٠ − ك × ٩,٨ × ١,٢٥ = ٠ − ½ ك ع٠²

+ ¼ ك × ٩,٨ × ٢,٥

∴ ½ ع٠² = ٩,٨ × ١,٢٥ + ¼ × ٩,٨ × ٢,٥   و منها : ع٠ = ٦,٠٦ م / ث

حل آخر

عندما يكون الجسم هابطاً المنحدر فإن معادلة الحركة هى :

ك حـ = ك ء حا ٣٠° − م   ∴ ك حـ = ك ء × ½ − ¼ ك ء

و منها : حـ = ¼ ء = ¼ × ٩,٨ = ٢,٤٥ م / ث²

، ع² = ع٠² + ٢ حـ ف = ٠ + ٢ × ٢,٤٥ × ٢,٥   و منها : ع = ٣,٥ م / ث

عندما يكون الجسم صاعداً المنحدر فإن معادلة الحركة هى :

ك حـ = −ك ء حا ٣٠° − م   ∴ ك حـ = −ك ء × ½ − ¼ ك ء

و منها : حـ = − ¾ ء = − ¾ × ٩,٨ = − ٧,٣٥ م / ث²

، ∵ ع² = ع٠² + ٢ حـ ف

∴ ٠ = ع٠² + ٢ (− ٧,٣٥) × ٢,٥   و منها : ع٠ = ٦,٠٦ م / ث

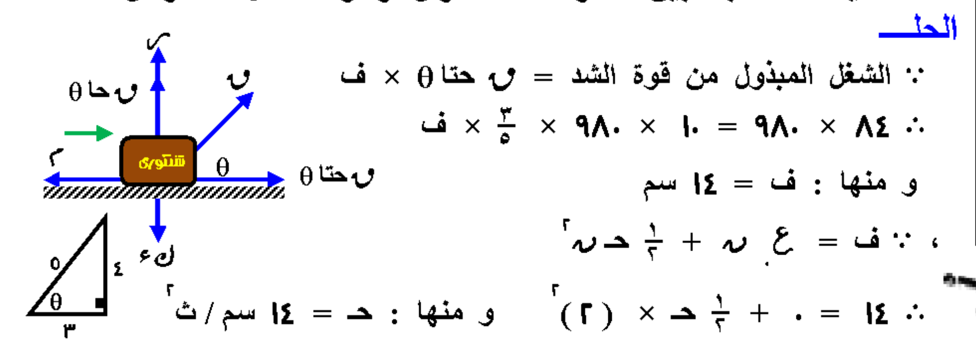
السؤال الخامس :

(أ) جسم كتلته ٤٢ جرام على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية حا⁻¹ ⅘ فإذا كانت قوة الشد فى الحبل ١٠ ث جم قد بذلت شغلاً ٨٤ ث جم . سم خلال ٢ ثانية من بدء الحركة أوجد :

أولاً : عجلة الجسم

ثانياً : النسبة بين مقاومة المستوى و رد الفعل العمودى

الحل



∵ الشغل المبذول من قوة الشد = ق حتا θ × ف

∴ ٨٤ × ٩٨٠ = ١٠ × ٩٨٠ × ⅗ × ف

و منها : ف = ١٤ سم

، ∵ ف = ع٠ ن + ½ حـ ن²

∴ ١٤ = ٠ + ½ حـ × (٢)²   و منها : حـ = ١٤ سم / ث²

، ∵ معادلات الحركة هى :

ك حـ = ق حتا θ − م   ∴ ٤٢ × ٧ = ١٠ × ٩٨٠ × ⅗ − م

و منها : م = ٥٥٨٦ داين = ٥٥٨٦ ÷ ٩٨٠ = ٥,٧ ث جم

، ر + ق حا θ = ك ء   ∴ ر + ١٠ × ٩٨٠ × ⅘ = ٤٢ × ٩٨٠

و منها : ر = ٣٣٣٢٠ داين = ٣٣٣٢٠ ÷ ٩٨٠ = ٣٤ ث جم

∴ م : ر = ٥,٧ : ٣٤ = ٥٧ : ٣٤٠



